GABARITO-PROVA G2 FIS 1041 – 14/10/2010

FLUIDOS E TERMODINÂMICA

1ª Questão – 3,5

Uma corda esticada ao longo do eixo "x" é forçada a se movimentar transversalmente no ponto x=0, produzindo assim uma onda senoidal que se propaga na direção positiva do eixo x. A potência fornecida pelo agente externo (taxa com que a energia é transferida), como função do tempo, é dada na Figura 1. Em t=0, a forma da onda transversal é ilustrada na Figura 2.

Fig. 1

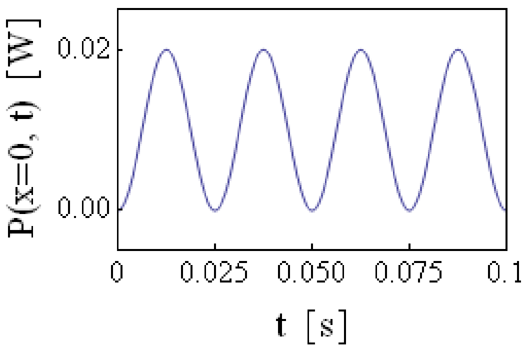
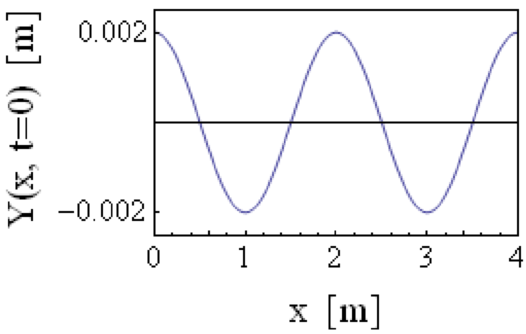


Fig. 2



a) Identifique os valores de: comprimento de onda (λ), período (T), amplitude (A) e potência máxima (P_{max}).

Leitura dos gráficos. (0,4 pontos)

λ = 2,0 m; T = 0,05 s; A = 0,002 m; P_{max} = 0,02 W

b) Calcule a velocidade da onda (v), o numero de onda (k) e a frequência angular (ω).

$v = \lambda/T = 2/0,05 = 40$ m/s; $k = 2\pi/\lambda = \pi$ rad/s; $\omega = 2\pi/T = 40\,\pi$ rad/s = 125,7 s^{-1}
(0.6 pontos)

c) Escreva a função Y(x,t) que descreve a onda (SI)

(0,75 pontos)

Y(x,t) = 0,002 cos (π x -40 π t)

d) Qual é a velocidade do ponto x=1,5 m no instante t=0,1 s? (0,75 pontos)

$v(1,5;0,1) = \dfrac{\partial Y(x=1,5;\ t=0,1)}{\partial x}$ = 0,08 π sen(3π/2-4π) = 0,08 π sen(-π/2) = - 0,08 π m/s.

e) Sabendo que a potência transmitida é dada por: $P(x,t) = -F\dfrac{\partial Y(x,t)}{\partial x}\dfrac{\partial Y(x,t)}{\partial t}$

onde *F* é a tensão na corda, calcule *F* e a densidade linear de massa da corda (μ).
(1,0 ponto) $P_{max} = Fk\omega A^2$ = 0,02/(π × 40π × 4 × 10^{-6}) = 12,7 N;
$V = \sqrt{(F/\mu)} \rightarrow \mu = v^2/F$ = 12,7 / 402 = 7,9 × 10^{-3} kg/m.

2ª Questão – 3,5

A – Um sistema consiste de duas fontes emitindo, em fase, som com a mesma frequência angular dada por $\omega = 200\pi$ rad/s. A primeira fonte encontra-se a uma distância de $L_1 = 4{,}0$ m do observador, emite com potência P_1, e chega na posição do observador com amplitude A_1. A outra fonte se encontra à distância $L_2 = 2\ L_1$ do observador e é 16 vezes mais potente do que a primeira fonte. Considere que v_{som}= 340 m/s.

a) Calcule a diferença de fase $\Delta\phi$ entre as ondas na posição do observador. (0,7 pontos)

$\boxed{\Delta\phi = 7{,}4 \text{ rad}}$

Como $\omega = 200\ \pi = 2\ \pi\ f \rightarrow f = 100$ Hz; $\lambda = V_{som}/f = 340\ /100 = 3{,}4$ m $\rightarrow \Delta\phi = 2\pi(L_2\text{-}L_1)/\lambda = 2\pi(4{,}0)/3{,}4 = 2{,}35\ \pi$ rad = 7,4 rad.

a) Determine a constante de fase ϕ_1 que deve ser incorporada à primeira fonte de modo que a interferência se torne destrutiva. (0,7 pontos)

$\boxed{\phi_1 = 2{,}0 \text{ rad}}$

Valor mais próximo: $\Delta\phi' = 3\ \pi = 9{,}4$ rad. Devemos somar $\phi_1 = 0{,}\ 65\ \pi$ rad = 2,0 rad para chegar lá.

b) Calcule a razão entre as amplitudes A_2 e A_1 das ondas 2 e 1, ao chegarem separadamente ao observador. (0,6 pontos)

$\boxed{A_2/A_1 = 2}$

$$A_2/A_1 = \frac{\sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1}} = \sqrt{\frac{P_2\,/(4\pi L_2{}^2)}{P_1\,/(4\pi L_1{}^2)}} = \sqrt{\frac{16P1}{P1}} \cdot \sqrt{\frac{L_1{}^2}{4L_1{}^2}} = 2$$

B – Um veículo, emitindo um som em alto volume a uma frequência f_V = 920 Hz, move-se a 72 km/h (20 m/s) em direção a uma sirene em repouso, que emite som com frequência f_S = 1000 Hz. Um observador O, parado entre a sirene e o veículo que se aproxima, escuta batimentos.

a) Calcule a frequência dos batimentos f_{bat} percebida por O. (0,8 pontos)

$\boxed{f_{bat} = 22 \text{ Hz}}$

$f_o = f\ 340/(340 - 20) = 920 \times 340/320 = 978$ Hz;

$f_o' = 100$ Hz $\rightarrow f_{bat} = 1000 - 978 = 22$ Hz.

b) Calcule a velocidade v_T que o veículo deveria ter para que os batimentos desaparecessem. (0,7 pontos)

$\boxed{v_T = 27{,}2 \text{ m/s}}$

Deveríamos para isso ter fo'' = 1000 Hz e portanto $f_o'' = 920 \times 340/(340 - v) = 1000 \rightarrow v = 27{,}2$ m/s.

3ª. Questão (3,0)

I – Duas ondas dadas pelas funções de onda (em unidades SI) $y_1(x,t) = 0,2 \text{ sen}(0,4\pi x + \omega t)$ e $y_2(x,t) = 0,2 \text{ sen}(0,4\pi x - \omega t)$ se propagam em uma corda horizontal de comprimento dado por L = 5,0 m e massa M = 625 g, tensionada com tensão F = 24,5 N. Essa corda está presa em ambas as extremidades.

(a) Encontre a velocidade (v) de uma onda na corda, o comprimento de onda (λ) e a frequência angular (ω), como se a outra onda não estivesse presente.

(b) Determine o modo normal (harmônico n) em que a corda vibra com essas duas ondas existindo simultaneamente.

(c) Obtenha a função de onda estacionária y(x,t) nessa corda usando o princípio da superposição: $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$.

(a) **(0,9)**
v = $(T/\mu)^{1/2} = (24,5/0,125)^{1/2} = (196)^{1/2}$ = **14 m/s**, onde μ = m/L = 0,625/5 = 0,125 kg/m.

$\lambda = 2\pi/k = 2\pi/0,4\pi$ = **5,0 m** → $\omega = 2\pi f = 2\pi v/\lambda = 2\pi \,.\, 14/5$ = **$5,6\pi$ rad/s.**

(b) **(0,2)** λ = 2L/n → **n** = 2L/λ = 2x5/5 = **2** → **2º. harmônico.**

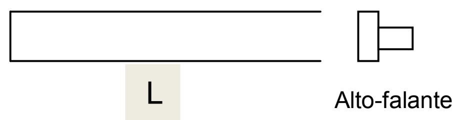
(c) **(0,5)** $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$ → $y(x,t) = 0,2.\text{sen}(0,4\pi x + \omega t) + 0,2.\text{sen}(0,4\pi x - \omega t)$.

Usando a relação sen(A) + sen(B) = 2.sen[(A + B)/2].cos[(A – B)/2] vem:

$\frac{A+B}{2}$ = $[(0,4\pi x + \omega t) + (0,4\pi x - \omega t)]/2 = 0,4\pi x$ e $\frac{A-B}{2}$ = $[(0,4\pi x + \omega t) - (0,4\pi x - \omega t)]/2 = \omega t$.

$y(x,t) = 0,4.\text{sen}(0,4\pi x).\cos(5,6\pi t)$ (m,s).

II – Um tubo aberto em uma extremidade e fechado na outra possui comprimento L = 50 cm. Coloca-se um alto-falante em frente à extremidade aberta, o qual pode emitir ondas sonoras em várias frequências. A velocidade dessas ondas é v = 340 m/s.



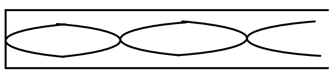
(d) Obtenha a terceira menor frequência (f_3) em que há ressonância sonora no tubo e encontre o comprimento de onda (λ_3) correspondente.

(e) Desenhe esquematicamente a configuração de vibrações sonoras estacionárias na representação de deslocamento para as camadas de ar (como se fossem ondas transversais em cordas) para o modo normal do item acima. Faça o mesmo para as variações na representação de pressão associadas a esse modo.

(d) (0,8) nó na extremidade fechada e ventre na extremidade aberta
L = nλ/4 para n = 1, 3, 5, 7,... → Terceira frequência: n = 5

λ = 4 x 0,5/5 = **0,4 m.**

(e) (0,6) <u>3º. Modo Normal de Deslocamento:</u> n = 5 → L = 5 λ/4



<u>3º. Modo Normal de Pressão:</u> como $\Delta p(x,t) = -B\frac{\partial s(x,t)}{\partial x}$ e $\frac{\partial \text{ sen } kx}{\partial x} = k \cos kx$