PUC-RIO — CB-CTC

GABARITO G2 - FIS 1041 - FLUIDOS E TERMODINÂMICA

11/10/2011

Nome:____

Matrícula:_______________________________________Turma:___________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	3,0		
2ª	3,5		
3ª	3,5		
Total	10,0		

Ondas em geral : $\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$, $u = \partial y/\partial t$, $\lambda = 2\pi/k$, $T = 2\pi/\omega$, $v = \lambda f = \omega/k$

$y(x,t) = y_{max}\cos(kx \pm \omega t + \phi) = y_{max}\,\text{sen}(kx \pm \omega t + \phi')$

Ondas na corda: $P_{ot.média} = 1/2\mu v\omega^2 y_{max}^2$ $\quad v = \sqrt{\dfrac{\tau}{\mu}}$

Ondas sonoras: $\Delta p(x,t) = -B\dfrac{\partial s(x,t)}{\partial x} = -\rho v^2 \dfrac{\partial s(x,t)}{\partial x}$, $v = \sqrt{\dfrac{B}{\rho}}$

$I = P_{ot.média}$ / Área; $I = ½\,\rho v\omega^2 s^2_{max}$; $\beta = 10 \log (I / I_o)$ dB; $I_o = 10^{-12}$ W/m^2

$$f' = f_o \frac{v \pm v_{obs}}{v \mp v_{fonte}}$$

batimentos $\omega_b = |\omega_1 - \omega_2|$ ou $f_b = |f_1 - f_2|$

Relações trigonométricas:

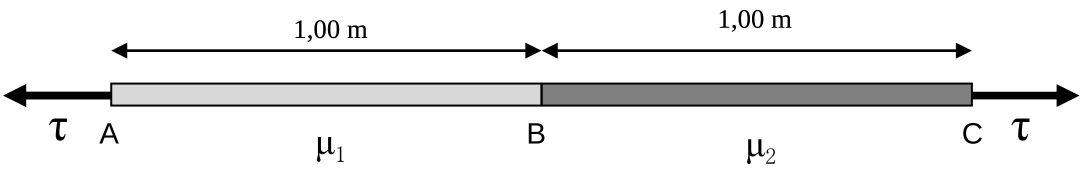
sen(A) + sen(B) = 2 sen[½(A+B)] cos[½(A-B)]; sen(A) – sen(B) = 2 sen[½(A-B)] cos[½(A+B)]

cos(A) + cos(B) = 2 cos[½(A+B)] cos[½(A-B)]; cos(A) – cos(B) = - 2 sen[½(A+B] sen[½(A-B)]

O tempo de prova é de 1 h 50 min. Mantenha o celular desligado e seu documento de identidade sobre a carteira: ele poderá ser solicitado. É permitido usar calculadora não programável. As respostas sem justificativas não serão computadas.

1ª Questão – (3,0 pontos)

Um fio muito longo é feito juntando-se (no ponto B) dois fios com densidades lineares diferentes μ_1 = 25,0 g/m e μ_2 = 16,0 g/m. A figura abaixo mostra uma porção do fio, centrada na junção. O fio é esticado sob uma tensão τ = 40,0 N.



a) No instante t=0, é produzido um pequeno pulso transversal, localizado no ponto A. Considere as distâncias indicadas na figura. Em que instante de tempo o pulso atinge o ponto C? **(0,9 pto.)**

R.: $V_1 = (\tau/\mu_1)^{1/2} = (40/[25\ 10^{-3}])^{1/2} = 0.4\ 10^2$ m/s = 40 m/s
$V_2 = (\tau/\mu_2)^{1/2} = (40/[16\ 10^{-3}])^{1/2} = 0.5\ 10^2$ m/s = 50 m/s

t = L/v1 +L/v2= 1/40 +1/50 = 0.025 +0.02 = 0.045 s = 45 ms

b) Parte do pulso do item (a) é refletida na junção (ponto B). Determine o instante de tempo em que essa parte do pulso volta ao ponto A? **(0,3 pto.)**

R.: t = 2L/v1 = 2/40 = 0.05 s = 50 ms

Em uma corda muito longa se propagam duas ondas progressivas harmônicas dadas por $y_1(x,t)=0{,}003\ \text{sen}[\,2\pi(x - 500\ t)]$ e $y_2(x,t)=0{,}003\ \text{sen}[\,2\pi(x - 500\ t) +\phi]$ (unidades no S.I.)

c) Some as duas ondas e obtenha a resultante da sua superposição. **(1,0 pto.)**

R.: identificando na fórmula da capa para a soma de senos
A= $2\pi(x - 500\ t)$ e B= $2\pi(x - 500\ t) +\phi$, temos

$$y(x,t)=y_1(x,t)+y_2(x,t) = 2.\ 0{,}003\ .\ \cos(\phi/2)\ .\ \text{sen}[\,2\pi(x - 500\ t) +\phi/2]$$

d) Caracterize o tipo de interferência resultante (construtiva ou destrutiva, total ou parcial), para cada um dos seguintes valores de ϕ: $0, \pi.\ 2\pi/3$ e $\pi/3$. **(0,8 pto.)**

R.: $y_{max} = 2.\ y_{1max}\ .\ |\cos(\phi/2)|$, para

$\phi = 0$ $y_{max}= 2y_{1max}\ |\cos(0)| =2y_{1max}$ —> interferência construtiva total,
$\phi = \pi$ $y_{max}= 2y_{1max}\ |\cos(\pi/2)| =0{,}0$ —> interferência destrutiva total,
$\phi = 2\pi/3$ $y_{max}= 2y_{1max}\ |\cos(\pi/3)| =y_{1max}$ —> interferência intermediária,
$\phi =\pi/3$ $y_{max}= 2y_{1max}\ |\cos(\pi/6)| \approx 1{,}73\ y_{1max}$ —> interferência construtiva parcial

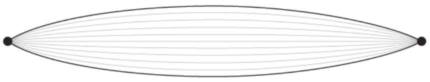
2ª Questão – (3,5 pontos)
O modo fundamental de vibração de uma corda de violão (fixa nas extremidades) é descrito por $y(x,t) = 0{,}002 \text{ sen } (\pi x) \cos (800\pi t)$ (unidades no S.I.)

a) Determine o comprimento de onda, a frequência, e a amplitude máxima de vibração. **(1,2 pto.)**

R.: Da função de onda $2\pi/\lambda=\pi \rightarrow \lambda= 2$m, $2\pi f=800\pi \rightarrow f=400$ Hz,
A máxima amplitude ocorre para $|\text{sen } \pi x|=1$, sendo $|\cos 800\pi t| \leq 1 \rightarrow y_{max}= 0{,}002$ m

a) Determine o comprimento dessa corda. **(0,5 pto.)**

R.: Para uma corda presa nas extremidades, no modo fundamental



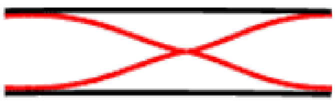
$\rightarrow$ L= 2/2=1m

|------------- L= $\lambda/2$ ————————|

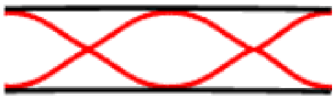
Perto da corda do violão que vibra no modo fundamental, encontram-se vários tubos de diferentes comprimentos, de valores entre 0,4 m e 2,1 m, abertos em ambas as extremidades. Alguns deles entram em ressonância devido ao som produzido pela corda do violão. Considere v_{SOM}=340 m/s.

c) Faça um desenho esquemático da onda estacionária <u>de deslocamento</u>, para <u>cada um</u> dos <u>3 primeiros harmônicos</u> num desses tubos, e determine a relação entre o comprimento L do tubo e o comprimento de onda. A partir dessas relações, ache a expressão geral para a frequência do enésimo harmônico, em função de L e v_{SOM}. **(1,2 pto.)**

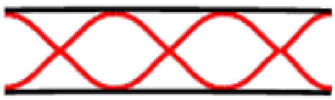
R.:



n=1 L = $\lambda/2$



n=2 L = λ



n=3 L = $3\lambda/2$

$\rightarrow$ em geral: $L = n\lambda/2$, com $n \in N$ (n = 1,2,3,...). Sendo $f=v_{SOM}/\lambda \rightarrow f_n = v_{SOM}/\lambda_n = n\, v_{SOM}/(2L)$

d) Determine os possíveis valores do comprimento L daqueles tubos que ressoam com a frequência fundamental da corda do violão. **(0,6 pto.)**

$f_n = v_{SOM}/\lambda_n = n\, v_{SOM}/(2L) \rightarrow L= n\, v_{SOM}/(2f) =n\, 340/(2.\ 400) =0{,}425\, n$

dado que 0,4 m < L < 2,1 m, os valores possíveis são para n=1, 2, 3 e 4:
L = 0,425 m, 0,85m, 1,275 m e 1,70 m

3ª Questão – (3,5 pontos)
Seja uma onda sonora harmônica, com frequência igual a 200 Hz e intensidade $I = 1{,}00 \times 10^{-5}$ W/m^2. A velocidade do som no ar é $v_{SOM} = 344$ m/s e a densidade do ar $\rho = 1{,}23$ kg/m^3.

a) Calcule o nível sonoro, a amplitude do deslocamento e o valor máximo da variação de pressão.

(1,0 pto)

O nível sonoro é $\beta = 10 \log(I/I_0) = 10 \log(10^{-5}/10^{-12}) = 70$ dB.

$s_{max} = \sqrt{(2I/(\rho v\omega^2))} = \sqrt{(2I/(\rho v\omega^2))} \approx 1{,}73 \times 10^{-7}$ m,
dado que $\omega = 2\pi f = 400\pi = 1{,}26 \times 10^3$ rad/s.

$\Delta P_m = \rho v^2 k s_m = \rho v \omega s_m \approx 9 \times 10^{-2}$ Pa.

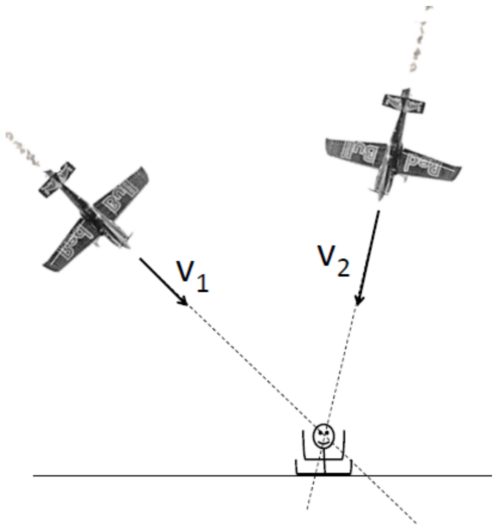
b) Para essa onda se propagando na direção horizontal, no sentido negativo do eixo x, escreva a função que descreve a onda de deslocamento s(x,t), especificando todos os valores numéricos, dado que em t=0 a camada de ar em x=0 está deslocada por s(x=0,t=0)=0, e se movimentando com velocidade positiva.

(0,8 pto)

Usamos $s = s_m \cos(kx+\omega t+\phi) \rightarrow v = -\omega\, s_m\, \mathrm{sen}(kx+\omega t+\phi)$, onde $s(0,0)= s_m \cos(\phi) = 0$ e $v(0,0) = -\omega\, s_m\, \mathrm{sen}(\phi) > 0 \rightarrow \phi = -\pi/2$. Como $k = \omega/v = 1{,}26 \times 10^3 / 344 \approx 3{,}66$ rad/m, escrevemos

Em unidades SI: $s_m = 1{,}73 \times 10^{-7} \cos(3{,}66\, x + 1{,}26 \times 10^3\, t - \pi/2)$
$= 1{,}73 \times 10^{-7}\, \mathrm{sen}(3{,}66\, x + 1{,}26 \times 10^3\, t)$.

Na competição aérea Red Bull, um avião voa a velocidade constante $v_1 = 60$ m/s se aproximando em linha reta de um espectador sentado no chão fora da área de segurança. O motor do avião produz um som de frequência $f_o = 200$ Hz. Considere que o ar está em repouso em relação ao solo.



c) Calcule a frequência do som ouvido pelo espectador.

$f_{obs} = f_E\, 344/(344-60) = 200 \times 344 / 284 \approx 242{,}25$ Hz

(0,7 pto)

d) Simultaneamente, um segundo avião, com o mesmo motor que o primeiro produzindo um som de $f_o = 200$ Hz, também se aproxima do espectador, em linha reta (ver figura), a velocidade constante $v_2 > v_1$. Da superposição de ambos os sons percebidos pelo espectador, ele ouve 2 batimentos por segundo. Determine a velocidade v_2.

(1,0 pto)

A freqüência observada do segundo avião é dada por $f_{obs}' = 200 \times 344/(344-v_2)$.
Como $f_{bat} = f_{obs}' - f_{obs} = 2$ Hz $\rightarrow f_{obs}' = 242{,}25 + 2 = 244{,}25$ Hz
$\rightarrow v_2 = 344 - 200 \times 344 / 244{,}25 \approx 62{,}3$ m/s.