PUC-RIO — CB-CTC

G1 - FIS 1041 - FLUIDOS E TERMODINÂMICA

06/04/2011

Nome:____

Matrícula:_______________________________________Turma:___________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	3,5		
2ª	3,0		
3ª	3,5		
Total	10,0		

$p_o = 1{,}0 \times 10^5$ Pa (pressão atmosférica); $g = 10$ m / s^2 ; $\rho_{\text{água}} = 1.0 \times 10^3$ kg/m^3

$S_{\text{circulo}} = \pi r^2$; $S_{\text{esfera}} = 4\pi r^2$; $V_{\text{esfera}} = 4/3\ \pi\ r^3$; 1 m^3 = 1000 L

$\rho = m / V$; $p = p_o + \rho g h$; $F_E = \rho g V_{\text{Liquido}}$

$dm / dt = \rho A v = c^{te}$; $R = Av$.

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constante}$$

$T = 2\pi/\omega$; $f = 1/T$ Hz; $F = -kx$; $\omega^2 = k / m$

$x = x_{max} \cos(\omega t + \phi_o)$; $v = dx / dt$; $a = dv / dt$

O tempo de prova é de 1 h 50 min. Mantenha o celular desligado e seu documento de identidade sobre a carteira: ele poderá ser solicitado.

É permitido usar calculadora não programável.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

1ª Questão (3,5)

Uma esfera de material plástico rígido e hermeticamente fechada, de massa M = 200 g e raio R = 20 cm, contém balas doces no seu interior, cada uma pesando em média 10 g. Quando a esfera com balas é colocada numa piscina de água ($\rho_a = 1{,}0 \times 10^3$ kg/m^3), ela flutua com 1/10 do seu volume submerso.

A) Calcule quantas balas há aproximadamente no seu interior? (1,0)

R: Considerando um eixo vertical y positivo para baixo, a componente y da força resultante é:

$Mg + N\,m\,g - {}^1/_{10}\,V_{esf}\ \rho_{água}\,g = 0$, onde N é o número de balas

$\rightarrow N = ({}^1/_{10}\,V_{esf} \times \rho_{água} - M)/m = (4\,\pi\,0{,}2^3\,10^3/30 - 0{,}2)/0{,}01 \approx (3{,}35 - 0{,}2)/0{,}01 \approx 315$

B) Ache a força externa mínima que deve ser exercida sobre a esfera com balas para que fique com metade do seu volume imerso. (1,0)

R: $Mg + N\,m\,g - {}^1/_2\,V_{esf}\,\rho_{água}\,g + F_{ext} = 0 \rightarrow F_{ext} = -(Mg + N\,m\,g) + {}^1/_2\,V_{esf}\,\rho_{água}\,g$

$F_{ext} = -{}^1/_{10}\,V_{esf}\ \rho_{água}\,g + {}^1/_2\,V_{esf}\,\rho_{água}\,g = {}^2/_5\,V_{esf}\,\rho_{água}\,g = 0{,}4 \times 4\,\pi\,0{,}2^3\,10^4/3\ \text{N} \approx 134\ \text{N}$

C) Na situação do item B, quando metade do volume está imerso, calcule a pressão no ponto mais baixo da esfera. (1,0)

R: $p = p_{atm} + \rho_{água}\,g\,h$, onde $h = R = 0{,}2$ m $\rightarrow$

$p = (10^5 + 10^3 \times 10 \times 0{,}2)\ \text{Pa} = 1{,}02 \times 10^5\ \text{Pa}$

D) Calcule também a aceleração da bola se a força externa do item B for removida. (0,5)

R: no instante em que a força é removida

$a_y = -F_{ext}/m_{total} = -F_{ext}/(M+Nm) = -134/(0{,}2 + 315 \times 0{,}01)\ \text{m/s}^2 = -40\ \text{m/s}^2 = -4\,g$

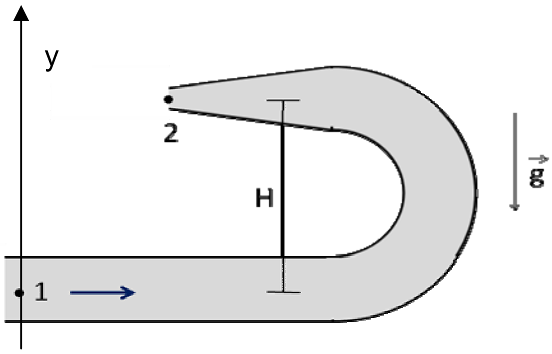
(o eixo y foi definido positivo para baixo)

2ª Questão (3,0)

A) Considere a tubulação da figura ao lado pela qual escoa laminarmente um líquido de densidade ρ = 0,8 g/cm^3.

No ponto 1, a velocidade é v_1 = 1 m/s, e no ponto 2 o líquido sai para o exterior, a pressão atmosférica.

As seções transversais são $A_1 = 5\ A_2 = 1\text{cm}^2$. O ponto 2 encontra-se a H = 30 cm acima do ponto 1.



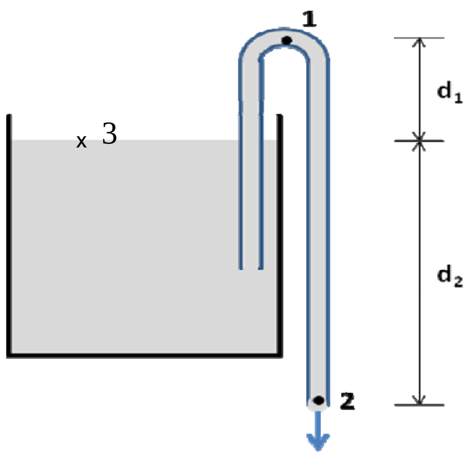
A.1) Determine a velocidade de saída v_2. (0,5)

R: Por conservação da vazão $v_2A_2 = v_1A_1$ $\rightarrow$ $v_2=v_1\ A_1/A_2 = 5\ v_1 = 5$ m/s

A.2) Calcule a pressão no ponto 1. (1,0)

R: Usando a equação de Bernoulli para os pontos 1 e 2:
$^1/_2\ \rho\ v_1^2+ \rho\ g\ y_1+p_1=^1/_2\ \rho\ v_2^2+ \rho\ g\ y_2+p_2$, onde ρ = 0,8 g/cm^3 = 0,8 x10^3 kg/m^3, y_2-y_1=H=0,3m,
$v_2=5v_1$ =5m/s e $p_2=p_{atm}$ =10^5 Pa $\rightarrow$ $^1/_2\ \rho\ v_1^2 +p_1 =^1/_2\ \rho\ 25v_1^2+ \rho gH +p_{atm}$
$\rightarrow$ $p_1 =p_{atm}+ {}^1/_2\ \rho\ 24\ v_1^2 +\rho gH = 10^5 + 0,8\ 10^3(12+3)$ =1,12 X10^5 Pa

B) Considere o sifão da figura ao lado. O recipiente é preenchido com água. A área da base do recipiente é muito maior que a da seção transversal do tubo (uniforme). A água sai do tubo para o exterior, em 2, com velocidade v_2= 3 m/s. A distância d_1 indicada na figura é d_1 = 20 cm.



B.1) Determine a distância d_2. (0,5)

RESP: Usando a equação de Bernoulli, para o ponto 2 e um ponto 3 na superfície:
$^1/_2\ \rho\ v_3^2+ \rho\ g\ h_3+p_3=^1/_2\ \rho\ v_2^2+ \rho\ g\ h_2+p_2$, onde ρ = 10^3 Kg/m^3, v_2=3 m/s, v_3=0, $p_2=p_3=p_{atm}$ =10^5 Pa
e h_3-h_2=+d_2, $\rightarrow$ $\rho\ g\ d_2 = {}^1/_2\ \rho\ v_2^2$ $\rightarrow$ $d_2 = v_2^2/(2g)$= 0,45 m

B.2) Calcule a pressão em 1. (0,5) Qual a distância máxima d_1 para que o sifão funcione? (0,5)

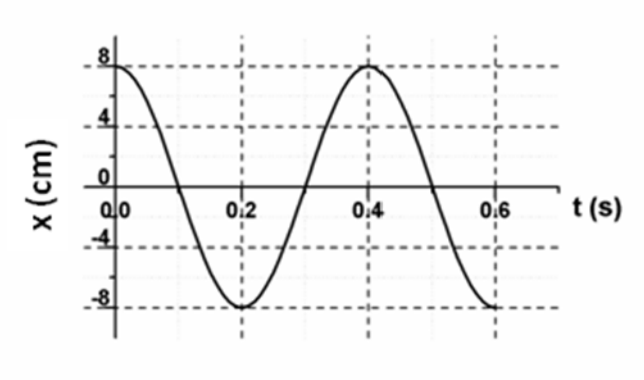
R: Usando a equação de Bernoulli, para os pontos 1 e 2, e considerando que por conservação da vazão v_1=v_2 (já que o tubo é uniforme):
$\rho\ g\ y_1+p_1= \rho\ g\ y_2+p_{atm}$.
Sendo y_1-y_2 = d_1+d_2 $\rightarrow$ $p_1 = p_{atm} - \rho\ g\ (d_1+d_2) = 10^5$ Pa - 10^{3}x10x(0,65) Pa = 0,935 10^5 Pa.

Alternativamente, usando os pontos 1 e 3: $p_1 + \rho gd_1+{}^1/_2\ \rho\ v_1^2= p_{atm}$ $\rightarrow$
$p_1= p_{atm} - \rho gd_1 -{}^1/_2\ \rho\ v_2^2$ = 0,935 10^5 Pa.

Com a condição $p_1 > 0$ $\rightarrow$ $d_1 + d_2 < p_{atm}/(\rho\ g)$ $\rightarrow$ $d_1 < 10^{5-4}$ m – 0,45 m = 9,55 m

3ª Questão – (3,5 pontos)

O gráfico ao lado representa a posição como função do tempo do movimento de um objeto preso a uma mola (de constante elástica k = 100 N/m), oscilando com movimento harmônico simples.



A) Encontre a elongação máxima (x_m) e a frequência angular (ω) desse movimento. (0,7)

R: Observando-se o gráfico vê-se que o valor máximo de x(t) é: $x_{máx} = 0{,}08$ m.
Nota-se também que o gráfico da função se repete após 0,4 s: T = 0,6 – 0,2 = 0,4 s.

$\omega = 2\pi/T = 6{,}28/0{,}4 = 15{,}7$ rad/s ou $\omega = 5\pi$ rad/s.

B) Determine a massa do objeto e o valor da força máxima exercida pela mola sobre ele. (0,7)

R: $\omega^2 = k/m \rightarrow m = k/\omega^2 \rightarrow m = 100/246{,}49 = 0{,}406$ kg.

$F_{máx} = k.x_{máx} = 100 \times 0{,}08 = 8{,}00$ N.

C) Escreva uma expressão literal para a função x(t) e escreva os valores numéricos de todos os parâmetros nessa expressão. (0,7)

R: $x(t) = x_m .\cos(\omega t + \phi) \rightarrow$ Como $x(0) = x_m$, $\cos(\phi)=1$, $\rightarrow$ $\phi = 0, 2\pi\ldots$ Consideraremos o primeiro valor $\phi = 0$.

$x(t) = 0{,}08.\cos(5\pi t)$ (m,s).

D) Calcule a velocidade máxima do corpo (v_m) e determine o primeiro instante no qual esse valor, em módulo, ocorre. (0,7)

R: $v(t) = dx/dt = -\omega x_m.\text{sen}(\omega t + \phi) = -5\pi x 0{,}08.\text{sen}(5\pi t) \rightarrow v_{máx} = \omega x_m \rightarrow$

$v_{máx} = 15{,}7 \times 0{,}08$ m/s $\rightarrow v_{máx} = 1{,}26$ m/s.

Pelo gráfico a maior inclinação da tangente à curva x(t) ocorre primeiro em t = 0,1 s.
Outra modo de obter t_1 é: $\text{sen}(5\pi t_1) = 1 \rightarrow 5\pi t_1 = \pi/2 \rightarrow t_1 = 1/10 = 0{,}1$ s.

E) Calcule o primeiro instante em que valor da energia cinética do corpo coincide com o da energia potencial. (0,7)

R: $K(t_a) = U(t_a) \rightarrow m.v(t)^2/2 = k.x(t)^2/2 \rightarrow (k.x_m^2/2).[\text{sen}(5\pi t_a)]^2 = (k.x_m^2/2).[\cos(5\pi t_a)]^2 \rightarrow$

$[\text{sen}(5\pi t_a)]^2 = [\cos(5\pi t_a)]^2 \rightarrow 5\pi t_a = \pi/4 \rightarrow t_a = 1/20 = 0{,}05$ s.