



**P2 de Cálculo II**  
**MAT 1163 — 2012.1**  
09 de maio de 2012

Nome: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1.a	1.0		
1.b	2.0		
1.c	1.0		
2.a	1.0		
2.b	2.0		
3.a	1.0		
3.b	1.0		
3.c	1.0		
Total	10.0		

### Instruções

- A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos.
- Leia atentamente o enunciado de cada questão.
- Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.
- Não serão aceitas respostas sem justificativa.
- Não destaque as folhas da prova.
- Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado “Solução”. Soluções fora do lugar **NÃO** serão corrigidas.

## Questão 1

O movimento de uma partícula de massa unitária no intervalo de tempo  $0 \leq t \leq \pi/2$  é descrito pela curva parametrizada  $\mathbf{r}(t) = (\cos 2t, \sin 2t, \frac{2}{\pi}t)$ .

- (a) Ache a equação paramétrica (ou vetorial) da reta tangente à curva no instante  $t = \pi/2$ .
- (b) Suponha que no instante  $t = \pi/2$  a partícula sai pela tangente em movimento retilíneo uniforme. Ache distância total percorrida pela partícula do instante  $t = 0$  até o instante  $t = \pi$ .
- (c) Calcule o trabalho realizado pela força  $\mathbf{F}(x, y, z) = (-4x, -4y, 0)$  atuando sobre a partícula entre os instantes  $t = 0$  e  $t = \pi/2$ .

Solução:

## Questão 2

Considere o campo vetorial  $\mathbf{F}(x, y) = (5 - xy - y^2, x^2 - 2xy)$  em  $\mathbb{R}^2$ .

- (a) Este campo é conservativo? Em caso afirmativo, calcule um potencial.
- (b) Calcule

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

onde  $C$  é o quadrado de vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(0, 1)$ , percorrido no sentido anti-horário.

**Solução:**

### Questão 3

Decida se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas, justificando. (**aviso:** resposta errada ou resposta certa sem justificativa receberá zero no item respectivo).

- (a) Todo campo vetorial linear em  $\mathbb{R}^2$ , ou seja, da forma  $\mathbf{F}(x, y) = (ax + by, cx + dy)$ , onde  $a, b, c$  e  $d$  são números reais, é conservativo.
- (b) Se  $\varphi(x, y, z)$  é um campo escalar suave qualquer em  $\mathbb{R}^3$  e  $\mathbf{c} = (c_1, c_2, c_3)$  é um vetor constante, então

$$\nabla \times (\varphi \mathbf{c}) = \nabla \varphi \times \mathbf{c}.$$

- (c) Se  $C$  é o círculo unitário com centro na origem, então:

$$\oint_C \frac{x}{x^2 + y^2} dx - \frac{y}{x^2 + y^2} dy = 0.$$

Solução: