P2 de Cálculo II — MAT 1163

03 de outubro de 2011

Nome: ____________________

Assinatura: ____________________

Matrícula: ____________________ Turma: ____________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1.a	1.0		
1.b	1.5		
2.a	1.5		
2.b	1.5		
3	2.5		
4.a	1.0		
4.b	1.0		
Total	10.0		

AVISO : Preenchimento errado ou incompleto dos campos acima (nome, matrícula, assinatura e turma) será penalizado com 1 ponto por campo. Provas sem nome terão nota ZERO.

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos. Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não serão aceitas respostas sem justificativa.**
- **Não destaque as folhas da prova.**
- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Considere o campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) = (e^y \cos \pi z, xe^y \cos \pi z, -\pi xe^y \text{sen}\, \pi z)$ em todo $\mathbb{R}^3$.

(a) Este campo é conservativo?

(b) Calcule a integral $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ ao longo da curva C, parametrizada por $\mathbf{r}(t) = (3\cos^4 t, 5\,\text{sen}^4\, t, 0)$, com $t \in [0, \pi/2]$.

Solução:

Questão 2

Considere o caminho C que delimita a região do plano situada entre os gráficos das funções $y = x$ e $y = x^3$, para $0 \leq x \leq 1$, e percorrido no sentido anti-horário.

(a) *Usando a definição*, calcule a integral de linha $\displaystyle\int_C x^2y\,dx + y\,dy$.

(b) Calcule a mesma integral, agora usando o Teorema de Green.

Solução:

Questão 3

Mostre que todo campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z))$ de classe C^2 em $\mathbb{R}^3$ satisfaz

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) = 0.$$

Solução:

Questão 4

Sobre as afirmações seguintes, decidir se são verdadeiras ou falsas (respostas sem justificativas não serão consideradas).

(a) Seja $\mathbf{F}(x, y, z)$ um campo suave em $\mathbb{R}^3$ para o qual existe um campo escalar suave não-nulo $\varphi(x, y, z)$ tal que o campo $\varphi\,\mathbf{F}$ é conservativo. Então $\mathbf{F}$ é perpendicular ao seu rotacional em cada ponto.

(b) Para o campo $\mathbf{F}(x, y) = (-\dfrac{y}{x^2 + y^2}, \dfrac{x}{x^2 + y^2})$,

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0,$$

onde C é o triângulo de vértices $(1, 0)$, $(1, 2)$ e $(2, 2)$.

Solução: