PROVA G4 FIS 1033 – 04/12/2009

MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: Gabarito ________________________________ Nº:__________

TURMA:________

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	3,0		
3	4,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{s}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$; $P = W / \Delta t$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{p} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$; $\mathbf{R}_{cm} = \Sigma m_i \mathbf{r}_i / \Sigma m_i$ $\quad \boldsymbol{\tau}_{med} = \Delta\mathbf{L} / \Delta t$

$\mathbf{p} = m\,\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m\,\mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $\mathbf{L}_{corpo\ rigido} = I\boldsymbol{\omega}$, $W_{total} = \tau \cdot \Delta\theta$, $\sum \tau_{ext} = I\boldsymbol{\alpha}$

Massa pontual: $I = mr^2$; Teorema dos eixos paralelos: $I_d = I_{CM} + M d^2$

Aro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2$ Disco/Cilindro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2/2$

Esfera de massa M e raio R: $I_{CM} = 2MR^2/5$

Haste de massa M e comprimento ℓ : $I_{CM} = M\ell^2/12$

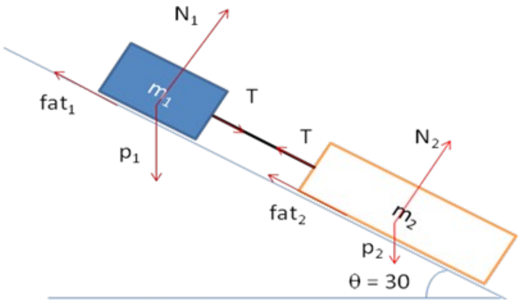
A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 3,0 pontos) Dois objetos de massa m_1 e $m_2 = 2m_1$, ligados por uma barra sem massa paralela ao plano inclinado sobre o qual ambos deslizam, como mostra a figura abaixo, descem o plano com m_1 seguindo m_2. O coeficiente de atrito cinético entre m_1 e o plano inclinado é μ_1 e entre m_2 e o plano é $\mu_2 = \mu_1/2$.
Determine:

a) O diagrama de forças dos corpos de massa m_1 e m_2;



b) A aceleração comum dos dois objetos;

No objeto 1 temos: $T+P_1\text{sen}\theta - fat_1 = m_1a \rightarrow T+m_1 g\ \text{sen}\theta - m_1 g \cos\theta\ \mu_1 = m_1a$ (Eq.1)

No objeto 2 temos: $-T+P_2\text{sen}\theta - fat_2 = m_2a \rightarrow -T+m_2 g\ \text{sen}\theta - m_2 g \cos\theta\ \mu_2 = m_2a$ (Eq.2)

Somando Eq.1 com Eq.2 temos:

$$T+m_1 g\ \text{sen}\theta - m_1 g \cos\theta\ \mu_1 -T+m_2 g\ \text{sen}\theta - m_2 g \cos\theta\ \mu_2 = (m_1+m_2)\ a \rightarrow$$
$$\rightarrow a = g\ \{ m_1\ \text{sen}\theta - m_1 \cos\theta\ \mu_1 + m_2 \text{sen}\theta - m_2 \cos\theta\ \mu_2 \}/(m_1+m_2)$$

como $m_2 = 2m_1$ e $\mu_2 = \mu_1/2 \rightarrow$ $\mathbf{a = g\ \{ sen\theta - (2/3) \cos\theta\ \mu_1 \}}$

c) A tração na barra.

A tração pode ser calculada através da Eq.1 ou Eq.2:

$T+m_1 g\ \text{sen}\theta - m_1 g \cos\theta\ \mu_1 = m_1a \rightarrow T = m_1a - m_1 g\ \text{sen}\theta + m_1 g \cos\theta\ \mu_1$

$$\rightarrow \mathbf{T = m_1\ g \cos\theta\ \mu_1/3}$$

d) Qual deveria ser o coeficiente de atrito estático mínimo entre m_1 e o plano para que o sistema permaneça em repouso?

Para que o sistema permaneça em repouso, temos que:

$T+P_1\text{sen}\theta - fat_1 = 0$ e $-T+P_2\text{sen}\theta - fat_2 = 0$ tal que:

$(P_1+P_2)\ \text{sen}\theta - (fat_1 + fat_2) = 0 \rightarrow (P_1+P_2)\ \text{sen}\theta = (fat_1 + fat_2)$

$\rightarrow 3m_1\ \text{sen}\ \theta = m_1 \cos\theta\ \mu_1 + m_1 \cos\theta\ \mu_1 \rightarrow \mu_1 = (3\ \text{sen}\ \theta)/(2 \cos\theta) \rightarrow$ $\mathbf{\mu_1 = (3/2) \tan\theta.}$

(2ª questão: 3,0 pontos) i) Um pendulo simples é afastado da vertical num ângulo de 30º. O comprimento da corda é de 50 cm e a massa amarrada à corda é de 100 g. Nesta posição inicial o pendulo sofre um impulso instantâneo que produz uma velocidade inicial tangencial de 2,0 m/s. Use g=9,8 m/s^2.

a) Qual é a velocidade da massa quando a corda está na vertical?

Pela conservação da energia teremos: $K_i + U_i = K_f + U_f$

$\rightarrow (½)mv_i^2 + mgy_i = (½)mv_f^2 + mgy_f \rightarrow v_f^2 = v_i^2 + 2g(y_i - y_f)$.

Aqui $v_i = 2$ m/s, $y_f = 0$ e $y_i = L - L\cos\theta = 0{,}5*(1 - \cos 30º) = 0{,}07$.

Neste caso foi escolhido como y = 0 a posição mais baixa do pendulo.

Assim: $v_f^2 = 2^2 + 2*9{,}8*0{,}07 = 4 + 1{,}37 = 5{,}37 \rightarrow$ $\mathbf{v_f = 2{,}32}$ **m/s**

b) Qual é o ângulo onde o pendulo atinge o repouso instantâneo?

Novamente pela conservação da energia: $K_i + U_i = K_f + U_f$

$\rightarrow (½)mv_i^2 + mgy_i = (½)mv_f^2 + mgy_f$.

Agora aqui: $v_i = 2$ m/s, $v_f = 0$, $y_i = L - L\cos\theta = 0{,}07$ e $y_f = L - L\cos\alpha$.

Então: $(½)mv_i^2 + mgL(1-\cos\theta) = mgL(1-\cos\alpha) \rightarrow 1 - \cos\alpha = (v_i^2)/(2gL) + 1 - \cos\theta \rightarrow$

$\cos\alpha = \cos\theta - (v_i^2)/2gL = \cos 30º - 2^2/(2*9{,}8*0{,}5) = 0{,}866 - 0{,}408 = 0{,}458 \rightarrow$ $\boldsymbol{\alpha = 63º}$

ii) Um bloco está em repouso sobre um plano inclinado muito longo. A inclinação do plano é de 40º com a horizontal. Repentinamente uma força impulsiva atua sobre o bloco, produzindo uma velocidade inicial de movimento de 2,0 m/s. O bloco para após percorrer 50 cm. Qual é o valor do coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano?

Três forças agem sobre o bloco: o peso P, a normal N e o atrito cinético $F_{at\,cin}$. *Usando o teorema trabalho-energia teremos:*

$$\Delta K = W_T \rightarrow K_f - K_i = W_{grav} + W_{atrito} = mg\Delta y - F_{atcin}\Delta s.$$

Porém: $\Delta y = \Delta s * sen40º$, $N = mg*\cos 40º$, $K_f = 0$.

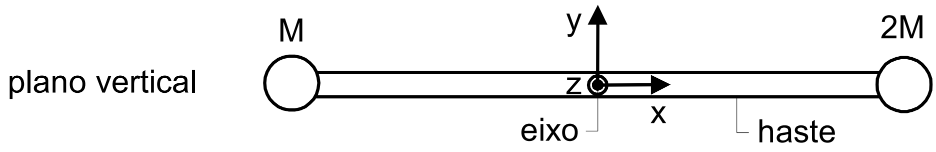
Assim: $-\frac{1}{2}mv_i^2 = mg\Delta s * sen40º - \mu_{cin} * mg * \cos 40º * \Delta s \rightarrow$

$$-\frac{v_i^2}{2g\Delta s} = sen40º - \mu_{cin} * \cos 40º \rightarrow \mu_{cin} = \tan 40º + \frac{v_i^2}{2g\Delta s * \cos 40º}$$

$$\rightarrow \mu_{cin} = 0{,}839 + \frac{4}{60} = 0{,}839 + 0{,}067 = 0{,}906$$

Então: $\boldsymbol{\mu_{cin} = 0{,}906}$

(3ª questão: 4,0 pontos) Uma haste de massa M e comprimento L, está livre para girar em torno de um eixo que passa pelo seu centro. Nas suas duas extremidades estão presas massas pontuais M e 2M como mostra a figura. Inicialmente, haste e massas estão em repouso quando são soltas e passam a girar no plano vertical (xy) no sentido horário. Despreze todos os atritos.



a) Calcule o vetor posição do centro de massa do sistema para a situação acima.

X_{cm} = (- ML/2 + 2M L/2) / (M + M + 2M) = L/8

R_{cm} = L/8 **i** + 0 **j**

b) Calcule o vetor torque resultante exercido no sistema pela força da gravidade.

τ = L/2 Mg – L/2 2Mg = L/2 Mg (–**k**)

c) Calcule o momento de inércia rotacional do sistema.

I = $ML^2/12 + M (L/2)^2 + 2M (L/2)^2 = 5/6\ ML^2$

d) Calcule o vetor momento angular do sistema quando ele passar pela posição vertical.

$\Delta K + \Delta U = 0$

$½\ I\ \omega^2 + Mg\ L/2 – 2Mg\ L/2 \rightarrow \omega = (6/5\ g/L)^{1/2}$

L = $5/6\ ML^2 (6/5\ g/L)^{1/2}$ (–**k**)