# PROVA G3 FIS 1033 – 26/11/2009

# MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: Gabarito ______________________________ Nº:_________

TURMA:_______

| QUESTÃO | VALOR | GRAU | REVISÃO |
|---|---|---|---|
| 1 | 4,0 | | |
| 2 | 3,0 | | |
| 3 | 3,0 | | |
| TOTAL | 10,0 | | |

Dados:

$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{s}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$; $\mathbf{R}_{cm} = \Sigma m_i \mathbf{r}_i / \Sigma m_i$ $\boldsymbol{\tau}_{med} = \Delta\mathbf{L} / \Delta t$

$\mathbf{P} = m\,\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} = m\,\mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $L_{corpo\ rigido} = I\omega$, $W_{total} = \tau \cdot \Delta\theta$, $\sum \tau_{ext} = I\boldsymbol{\alpha}$

Teorema dos eixos paralelos: $I_d = I_{CM} + M d^2$

Massa pontual: $I = MR^2$ Disco/Cilindro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2/2$

Esfera de massa M e raio R: $I_{CM} = 2MR^2/5$ Aro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2$

Haste de massa M e comprimento $\ell$ : $I_{CM} = M\ell^2/12$

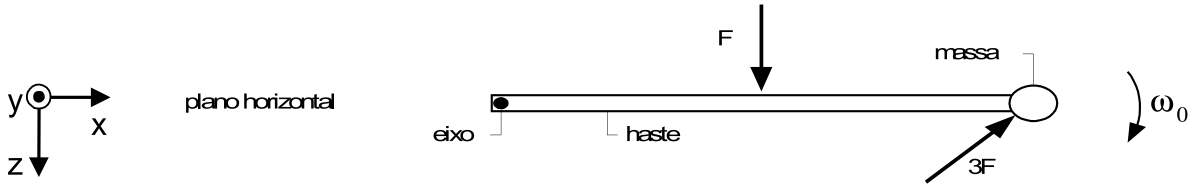
sen 30º = 0,500; cos 30º = 0,8660

**A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.**

**Respostas às questões sem justificativa não serão computadas.**

**Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.**

**(1ª questão: 4,0 pontos)** Uma haste de massa M e comprimento L, pode girar em torno de um eixo que passa por uma de suas extremidades. Na outra extremidade está presa uma massa pontual de valor 2M/3. Inicialmente, haste e massa giram em um plano horizontal (zx) com velocidade angular $\omega_0$ no sentido horário. No instante t = 0 são exercidas duas forças como ilustradas abaixo. A força de módulo F está aplicada no centro de massa da haste e tem direção perpendicular a ela. A força de módulo 3F está aplicada na extremidade da haste e faz um ângulo de 30º com ela. Despreze todos os atritos.




a) Calcule o vetor torque resultante no sistema em relação ao eixo.

$\boldsymbol{\tau}$ = L/2 **i** x F **k** + L **i** x [3F cos 30º **i** + 3F sen 30º (–**k**)] =

$\boldsymbol{\tau}$ = LF/2 (–**j**) + 3LF/2 **j** = LF **j**

| $\boldsymbol{\tau}$ = |
|---|

b) Calcule o módulo da aceleração angular do sistema.

| α = |
|---|

$I_{haste} = ML^2/12 + M(L/2)^2 = ML^2/3$
$I_{massa} = 2M/3\ L^2$

$I_{total} = ML^2 \rightarrow \alpha = \tau/I_{total} = F/ML$

c) Calcule o trabalho realizado pelas forças até que o sistema pare de girar momentaneamente.

| W = |
|---|

$W = \Delta K = 0 - ½\, I_{total}\, \omega_0^2 = -½\, ML^2\, \omega_0^2$

d) Suponha agora que $\omega_0$ seja zero e que a força de módulo F não se altere. Calcule o novo ângulo entre a haste e a outra força de módulo 3F para que o sistema fique em equilíbrio estático.

| θ = |
|---|

$\boldsymbol{\tau}$ = L/2 **i** x F **k** + L **i** x [3F cos θ **i** + 3F sen θ (–**k**)] = 0

LF/2 (–**j**) + 3LF sen θ **j** = 0 → 3 sen θ = ½ → θ = $sen^{-1}$ (1/6)

**(2ª questão: 3,0 pontos)** Um homem segurando um peso de papel igual em cada mão, com os braços estendidos, está de pé sobre um pedestal que gira sem atrito com velocidade angular de 60 rev/min. Nesta posição, o momento de inércia total do sistema (pedestal + homem + pesos) é de 6,0 kg $m^2$.

a) Quando o homem encolhe os braços, o momento de inércia total muda para 2,0 kg $m^2$. Nesta posição, qual é a velocidade angular do pedestal?

| $\omega$ = |
|---|

Nesta condição, o peso e a normal são as únicas forças externas e não fazem torque sobre o sistema homem + pesos, pois o centro de massa esta sobre o eixo de rotação. Então, como os torques são internos, o momento angular é conservado:

$I_i\omega_i = I_f\omega_f \rightarrow \omega_f = (I_i/I_f)\ \omega_i = (6/2)*60 = 3*60$ rev/min = 180 rev/min

b) Suponha agora que cada peso de papel tenha uma massa de 1,5 kg e que a distância da mão estendida até o eixo do corpo seja de 50 cm. Se ele largar os pesos e manter os braços estendidos, qual será o novo valor do momento de inércia do sistema (pedestal + homem)?

| I = |
|---|

Neste caso, usando a definição de momento de inércia para partícula pontual:

$I_f = I_i – 2M_{peso}*D^2 = 6 – 2(1,5)(0,5)^2 = 6 – 0,75 = 5,25$ kg*$m^2$

c) Na situação do item b), calcule o novo valor da velocidade angular do sistema após o homem largar os pesos.

No instante que o homem solta os pesos o momento angular também é conservado. Assim:

$L_i = L_f \rightarrow I_i\omega_i = I_f\omega_f + 2\left|\vec{r}_{peso} \times \vec{p}_{peso}\right|$ (Pense que ao soltar os pesos o homem continua girando no mesmo sentido e os pesos vão se movimentar no sentido da velocidade tangencial, por isso o momento angular final é a soma do momento angular do homem sem os pesos e o momento angular de cada peso pois os vetores de momento angular apontam todos na mesma direção e sentido). Como a velocidade tangencial é perpendicular ao vetor de posição de cada peso, então:

$I_i\omega_i = I_f\omega_f + 2D*M_{peso}*V_{tang} = I_f\omega_f + 2D*M_{peso}*\omega_i*D =$

$= (I_i – 2M_{peso}*D^2)*\omega_f + 2M_{peso}*D^2*\omega_i$.

Observe que aqui foi substituída a expressão algébrica para $I_f$ e $V_{tang} = \omega_i*D$, pois no instante que os pesos são soltos estes tem a velocidade tangencial que tinham ainda na mão do homem.

Então, re-arranjando os termos: $I_i\omega_i - 2M_{peso}*D^2*\omega_i = (I_i – 2M_{peso}*D^2)*\omega_f \rightarrow$

$(I_i – 2M_{peso}*D^2)*\omega_i = (I_i – 2M_{peso}*D^2)*\omega_f \rightarrow \omega_i = \omega_f$

Conclusão: a velocidade angular não muda.

**(3ª questão: 3,0 pontos)** Uma aro de massa M e raio R é lançado horizontalmente com uma velocidade inicial $v_0$ sobre uma superfície horizontal cujos coeficientes de atrito cinético e estático são $\mu_C$ e $\mu_E$.

a) Calcule qual é a distância desde o ponto em que o aro toca a superfície até quando ele passa a rolar sem deslizar.

| d = |
|---|

$- F_{at} = ma \Rightarrow a = -F_{at}/m = -g\ \mu_c$.

$\tau = I\ \alpha \Rightarrow F_{at}\ R = I\ \alpha \Rightarrow \alpha = g\ \mu_c/R$.

$v = v_o - g\mu_c t$ e $w = w_o + (g\mu_c/R)t$. Para que o aro pare de deslizar temos que $v=wR$. Logo,

$v_o - g\mu_c t = g\mu_c t \Rightarrow t = v_o/2g\mu_c$. Então, a distância percorrida pelo aro até o ponto onde ele para de deslizar é dada por:

$d = v_o t + a\ t^2/2 \Rightarrow d = v_o(v_o/2g\mu_c) - (g\mu_c/2)(\ v_o/2g\mu_c)^2 \Rightarrow d = 3v_o^2/8\ g\mu_c$.

b) Quando o aro começa a rolar sem deslizar, sua velocidade angular é $\omega_r$. Qual é a velocidade linear do centro de massa do aro $v_{cm}$, do ponto mais alto do aro $v_{topo}$ e do ponto onde o aro toca o solo $v_{base}$ em relação a um referencial parado no solo?

| $v_{cm}$ = |
|---|

| $v_{topo}$ = |
|---|

| $v_{base}$ = |
|---|

Em relação a um referencial parado no solo temos que:

$v_{cm} = v_o - g\mu_c t$ onde $t = v_o/2g\mu_c \Rightarrow v_{cm} = v_o/2$.

$v_{topo} = v_{cm} + wR \Rightarrow v_{topo} = 2v_{cm} = v_o$.

$v_{base} = v_{cm} - wR = 0$.

c) Suponha agora que a partir do ponto onde o aro começa a rolar sem deslizar, com velocidade do centro de massa igual a $v_{cm}$, ele começa a subir, rolando sem deslizar, uma rampa que faz um ângulo $\theta$ em relação a horizontal. Qual é a altura máxima atingida pelo centro de massa do aro? Utilize g para aceleração da gravidade.

| h = |
|---|

$mv^2/2 + I\ w^2/2 = mgh \Rightarrow mv^2/2 + mR^2(v/R)^2/2 = mgh \Rightarrow$

$\Rightarrow mv^2 = mgh \Rightarrow h = v^2/g$.