PROVA G3 FIS 1033 – 24/06/2009

MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: Gabarito ______________________ Nº: ________

TURMA: _______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0	3,0	
2	4,0	4,0	
3	3,0	3,0	
TOTAL	10,0	10,0	

Dados:

$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{s}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$; $\mathbf{R}_{cm} = \Sigma m_i \mathbf{r}_i / \Sigma m_i$ $\boldsymbol{\tau}_{med} = \Delta\mathbf{L} / \Delta t$

$\mathbf{P} = m\,\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} = m\,\mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $L_{corpo\ rigido} = I\omega$, $W_{total} = \tau \cdot \Delta\theta$, $\sum \tau_{ext} = I\boldsymbol{\alpha}$

Teorema dos eixos paralelos: $I_d = I_{CM} + M d^2$

Aro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2$ Disco/Cilindro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2/2$

Esfera de massa M e raio R: $I_{CM} = 2MR^2/5$

Haste de massa M e comprimento ℓ : $I_{CM} = M\ell^2/12$

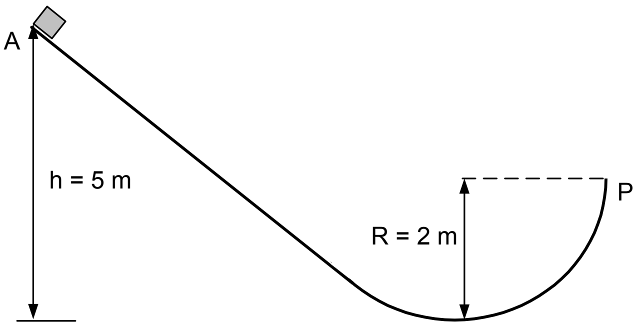
A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

Respostas às questões discursivas sem justificativa não serão computadas.

Não é necessário justificar as respostas das questões de múltipla escolha.

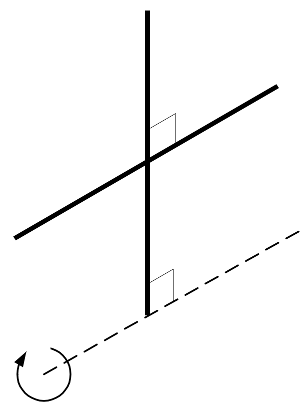
Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão-i: 1,0 ponto) Um bloco de massa desconhecida é solto do repouso na posição A em uma rampa sem atrito com formato de quarto de círculo ilustrado ao lado. Calcule a componente radial da aceleração e o módulo da aceleração angular do bloco quando ele atingir a posição P.
Utilize $g = 10$ m/s^2.



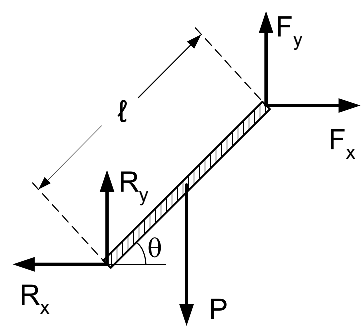
a) $a_r = 30$ m/s^2 ; $\alpha = 0$ rad/s^2
b) $a_r = 10$ m/s^2 ; $\alpha = 20$ rad/s^2
c) $a_r = 0$ m/s^2 ; $\alpha = 10$ rad/s^2
d) $a_r = 30$ m/s^2 ; $\alpha = 5$ rad/s^2 $\quad$ $m\,g\,(h-R) = \frac{1}{2}\,m\,v^2 \rightarrow a_r = v^2/R = 2\,g\,(h-R)/R$
e) nenhuma das respostas acima. $\quad$ $a_t = g \rightarrow \alpha = g/R$

(1ª questão-ii: 1,0 ponto) Duas hastes iguais de comprimento ℓ e massa M estão coladas em forma de cruz tendo como ponto de intercessão a metade dos seus comprimentos. Calcule o momento de inércia do conjunto em torno do eixo tracejado.



a) $M\ell^2/6$
b) $5M\ell^2/12$
c) $7\,M\ell^2/12$ $\quad$ $I = M\ell^2/3 + M(\ell/2)^2$
d) $2\,M\ell^2/3$
e) nenhuma das respostas acima.

(1ª questão-iii: 1,0 ponto) Seja uma barra de comprimento ℓ sobre a qual agem as forças ilustradas ao lado e sejam as seguintes equações:



1) $F_y + R_y - P = 0$
2) $F_x - R_x = 0$
3) $F_y\,\ell\cos\theta + F_x\,\ell\,\text{sen}\,\theta - P\,\ell/2\cos\theta = 0$
4) $P\,\ell/2\cos\theta - R_y\,\ell\cos\theta - R_x\,\ell\,\text{sen}\,\theta = 0$
5) $F_y\,\ell\,\text{sen}\,\theta + F_x\,\ell\,\text{sen}\,\theta - P\,\ell/2\,\text{sen}\,\theta = 0$

Diga quais são as equações para a situação de equilíbrio estático, tomando como origem dos torques a extremidade superior da barra.

a) 1, 2 e 3
b) 1, 2 e 4
c) 2, 3 e 4
d) 1, 2 e 5
e) nenhuma das respostas acima.

(2ª questão: 4,0 pontos) i) Qual é o ângulo θ entre o vetor momento linear **p** de uma partícula e o seu vetor momento angular **L**? Justifique.

Pela definição do momento angular $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ o ângulo entre eles é 90º.

ii) Uma partícula descreve uma trajetória circular com módulo da velocidade constante.

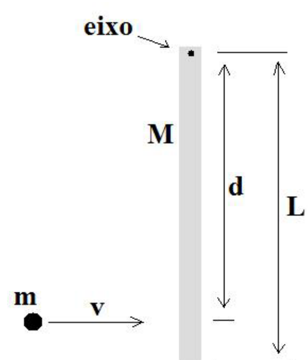
a) Como se altera o seu momento angular se o modulo do momento linear p for duplicado?

O momento angular também se duplica, pois $\left|\vec{L}\right| = \left|\vec{r}\right|\left|\vec{p}\right| sen\theta$

b) Se o raio do círculo for triplicado, porém o módulo da velocidade se mantiver inalterado, como se altera o momento angular da partícula?

O momento angular também se triplica, pois $\left|\vec{L}\right| = \left|\vec{r}\right|\left|\vec{p}\right| sen\theta$

iii) A figura mostra uma barra homogênea pendurada, de comprimento L = 1,00 m e massa M = 1,00 kg, que gira em torno de um eixo numa de suas pontas. A barra, inicialmente em repouso, é atingida por uma partícula de massa m = 100 g num ponto d = 0,800 L abaixo do eixo. Admita que a colisão é perfeitamente inelástica. Qual deve ser a velocidade v da partícula para que, após a colisão, o ângulo máximo entre a barra e a vertical seja de 90º?
Utilize g = 10 m/s^2.



No instante da colisão o momento angular é conservado, e após a colisão o sistema barra-massa tem um movimento de rotação pura até a posição de 90º. Assim:

$$L_{antes} = L_{depois} \rightarrow mvd = I_{sist}\omega_{inicial} = (md^2 + \frac{1}{3}ML^2)\omega_{inicial} \rightarrow$$

$$\omega_{inicial} = \frac{mvd}{md^2 + \frac{ML^2}{3}} = \frac{v}{d + \frac{ML^2}{3md}}$$. Pelo teorema do trabalho-energia:

$$\Delta K = W_{gravidade} \rightarrow \frac{1}{2} I_{sistema}\omega_{inicial}^2 = mgd + MLg/2 \rightarrow \omega_{inicial}^2 = \frac{2mgd + MgL}{I_{sistema}}$$. Assim:

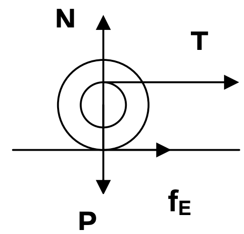
$$v^2 = \frac{(2mgd + MgL)*(d + \frac{ML^2}{3md})^2}{md^2 + \frac{1}{3}ML^2} = (2g + \frac{MgL}{md})*(d + \frac{ML^2}{3md})$$. Sustituindo os valores:

$$v^2 = 142{,}1 * 4{,}96 = 704{,}8 \rightarrow v = 26{,}5 m/s = 95{,}6 km/h$$

(3ª questão: 3,0 pontos) i) Um carretel de raio R externo, raio r interno (r = R/2), massa M e momento de inércia em relação ao centro de massa $I = \beta MR^2$ é puxado ao longo de um piso horizontal rugoso por um fio que exerce uma tração **T**, conforme a figura. O coeficiente β é um número adimensional e o coeficiente de atrito estático é μ_E. Suponha haver rolamento sem deslizamento. Faça corretamente o que for solicitado em função dos dados fornecidos a partir das leis físicas sobre torque e rolamento.
(a) Obtenha uma expressão para o valor da aceleração do centro de massa (a_{CM}).

$\Sigma \mathbf{F_x} = m\mathbf{a_{CM}} \rightarrow T + f_E = M.a_{CM}$ (1).

$\Sigma \tau_{CM} = I_{CM}.\alpha$ (+) $\rightarrow (R/2)T - Rf_E = I_{CM}.\alpha$ (2)



Usando $\alpha = a_{CM}/R$ em (2) e dividindo por R, vem

$T/2 - f_E = (I_{CM}/R^2).a_{CM} \rightarrow T/2 - f_E = \beta M a_{CM}$ (2´)

Somando os lados de (1) com (2´):

$3T/2 = (M + \beta M).a_{CM} \rightarrow 3T/2 = M(1 + \beta)a_{CM} \rightarrow a_{CM} = 3T/[2M(1 + \beta)]$.

b) Encontre uma expressão para o módulo da força de atrito estático (f_E).

$T + f_E = M.a_{CM}$ (1) $\rightarrow f_E = M.a_{CM} - T \rightarrow f_E = 3T/[2 + 2\beta)] - T$

ii) Agora considere que o carretel é jogado tangencialmente sobre o piso (cujo coeficiente de atrito cinético vale $\mu_C = 0{,}300$) com velocidade inicial do centro de massa $v_0 = 4{,}00$ m/s, no sentido positivo do eixo x, e velocidade angular inicial $\omega_0 = 0$. **<u>Não há tração T nesse caso</u>**. Seja M = 2,00 kg, R = 0,100 m e $\beta = 1{,}125$. Determine se no instante de tempo t = 0.500 s quando $v_{cm} = 2{,}50$ m/s e $\omega = 13{,}3$ rad/s o carretel parou de deslizar e iniciou o rolamento sem deslizamento.

No instante de tempo t = 0,5 s $v_{cm} > \omega R$. O carretel não obedece a condição de rolamento sem deslizamento, portanto ele ainda desliza.