PROVA G4 FIS 1031 – 26/11/2008

MECÂNICA NEWTONIANA

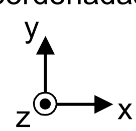
NOME: Gabarito ____________________________ Nº:_________

TURMA:_______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	3,0		
3	4,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

Sistema de coordenadas



$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{s}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$; $\mathbf{R}_{cm} = \Sigma m_i \mathbf{r}_i / \Sigma m_i$ $\boldsymbol{\tau}_{med} = \Delta \mathbf{L} / \Delta t$

$\mathbf{P} = m\, \mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} = m\, \mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $L_{corpo\ rigido} = I\omega$, $W_{total} = \tau \cdot \Delta\theta$

$\sum \boldsymbol{\tau}_{ext} = I\alpha$; Teorema dos eixos paralelos: $I_d = I_{CM} + M d^2$

Aro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2$ Disco/Cilindro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2/2$

Esfera de massa M e raio R: $I_{CM} = 2MR^2/5$

Haste de massa M e comprimento ℓ: $I_{CM} = M\ell^2/12$

sen 30º = 1/2; cos 30º = $\sqrt{3}/2$

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

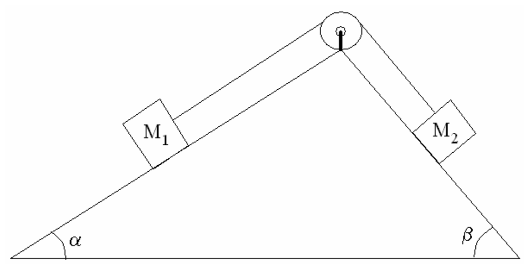
Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão-i: 3,0 pontos) Sejam $\vec{F}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, $\vec{F}_2 = -1{,}5\hat{i} - 5\hat{j}$ e $\vec{F}_3 = 3x\hat{i} + x\hat{j}$ forças (em Newtons) agindo num corpo de massa m.

a) Se a aceleração do corpo em m/s² é $\vec{a} = 1{,}75\hat{i} - 0{,}5\hat{j}$, calcule os valores de *x* e m.

Como $\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$, então $0{,}5 + 3x = 1{,}75m$ e $-2 + x = -0{,}5m$. Resolvendo o sistema encontraremos que *x* = 1 N e m = 2 kg

b) Na figura observamos dois planos inclinados com inclinações diferentes ($\alpha \neq \beta$ e $\alpha < \beta$). Dois blocos de massas diferentes M_1 e M_2 estão ligados por uma corda ideal, que passa por uma polia ideal de massa desprezível no topo do triângulo. Suponha que o corpo 2 desce e que o corpo 1 sobe. Calcule a tração na corda e a aceleração dos corpos. Despreze o atrito.



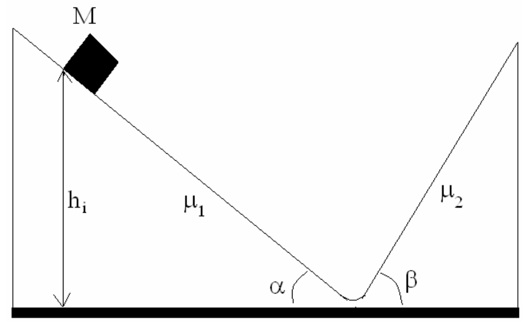
Escrevendo a segunda lei de Newton:
$T_1 - P_1 sen\alpha = M_1 a_1$ e $P_2 sen\beta - T_2 = M_2 a_2$. Como a corda e a polia são ideais: $a_1 = a_2 = a$ e $T_1 = T_2 = T$. Assim, teremos duas equações com duas incógnitas:

$T - P_1 sen\alpha = M_1 a$ e $P_2 sen\beta - T = M_2 a$. Somando ambas equações teremos:

$P_2 sen\beta - P_1 sen\alpha = (M_1 + M_2)a \rightarrow a = \left(\dfrac{M_2 sen\beta - M_1 sen\alpha}{M_1 + M_2}\right)g$. Sustituindo em qualquer uma das equações anteriores:

$$T = M_1(g sen\alpha + a) = M_1 g\left(sen\alpha + \frac{M_2 sen\beta - M_1 sen\alpha}{M_1 + M_2}\right) = \left(\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}\right)g(sen\alpha + sen\beta)$$

(2ª questão: 3,0 pontos) Um bloco de massa M é largado a partir do repouso num plano inclinado de uma altura h_i, como mostrado na figura. No final do primeiro plano existe outro plano inclinado. Os coeficientes de atrito cinético e as inclinações para cada plano estão indicados na figura.



a) Calcule o trabalho realizado pelo atrito sobre o bloco quando ele acabar de descer o primeiro plano inclinado.

W_{at} =

$$W_{atrito} = -\mu_1 N_1 L = -\mu_1 Mg\cos\alpha (h_i / sen\alpha) = -\mu_1 Mgh_i \cot\alpha$$

b) Calcule a altura máxima h_M que o bloco atinge no segundo plano inclinado em função de h_i..

h_M =

$\Delta K = W_T = W_{gra1} + W_{gra2} + W_{atrito1} + W_{atrito2}$. Porém: $\Delta K = 0$, $W_{gra1} = +Mgh_i$, $W_{gra2} = -Mgh_M$, $W_{atrito1} = -Mgh_i \mu_1 \cot\alpha$ e $W_{atrito2} = -Mgh_M \mu_2 \cot\beta$

Então: $0 = Mgh_i - Mgh_M - Mgh_i\mu_1 \cot\alpha - Mgh_M \mu_2 \cot\beta$

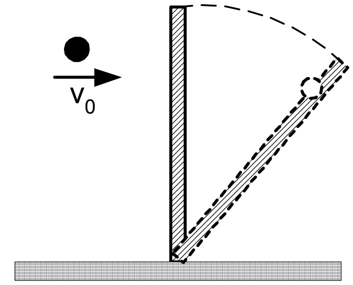
Isolando: $h_M = \dfrac{1-\mu_1\cot\alpha}{1+\mu_2\cot\beta} h_i$

c) Se não houvesse atrito nos dois planos inclinados, qual seria a altura máxima h_M em função de h_i?

h_M =

A aplicação direta da conservação da energia mecânica mostra que $h_M = h_i$.

(3^a questão: 4,0 pontos) Uma partícula de massa M é atirada horizontalmente contra uma haste de comprimento ℓ e massa M, que está em repouso na posição vertical. A haste está pivotada na sua base podendo girar em torno dela. A partícula colide com a haste com uma velocidade v_0 a uma distância $0{,}8\ell$ da base e fica grudada nela. A força provocada pela colisão da partícula na haste tem módulo igual a F e direção perpendicular à haste e dura um intervalo de tempo muito curto.



a) Determine o momento de inércia da haste em relação ao pivot na sua base.

$I_p =$

$I_p = M\,\ell^2/12 + M\,(\ell/2)^2 = M\,\ell^2/3$

b) Determine os vetores torque na haste e na partícula provocados pela colisão. Determine também o torque na haste provocado pela força da gravidade quando ela estiver fazendo um ângulo de 30º com a vertical. Utilize o sistema de coordenadas da capa da prova.

$\tau_H =$

$\tau_H = 0{,}8\,\ell\,F\,(-\mathbf{k})$

$\tau_P =$

$\tau_P = 0{,}8\,\ell\,F\,(\mathbf{k})$

$\tau_g =$

$\tau_g = 0{,}5\,\ell\,\text{sen}\,30^\circ\,Mg\;(-\mathbf{k}) = Mg\ell/4\;(-\mathbf{k})$

c) Determine a velocidade angular do sistema logo após a colisão.

$\omega =$

$L_{antes} = L_{depois}$

$0{,}8\,\ell\,M\,V_0 = [M\,\ell^2/3 + M\,(0.8\,\ell)^2]\,\omega$

$\omega = 0{,}8\,\ell\,V_0 / (\,\ell^2/3 + 0.64\,\ell^2) = 0{,}8\,\ell\,V_0 / 0{,}97\,\ell^2$

$\omega = 0{,}825\,V_0 / \ell$

d) Supondo que a energia cinética adquirida pelo sistema logo após a colisão é dada por $\frac{1}{2}\,I\,\omega^2$, determine a energia cinética do sistema (haste + partícula) logo antes dele atingir o solo.

$K =$

$\Delta K + \Delta U = 0$

$K - \frac{1}{2}\,I\,\omega^2 - Mg\,\ell/2 - Mg\,0.8\ell = 0$

$K = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2 + 1{,}3Mg\,\ell$