

PROVA G4 FIS 1031 – 25/06/2008
MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: **Gabarito** _____ Nº: _____
TURMA: _____

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	4,0		
3	3,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$$K = \frac{1}{2} m v^2; \quad W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{s}; \quad W_{\text{cons}} = -\Delta U; \quad W_{\text{mola}} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$$

$$W_{\text{total}} = \Delta K; \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v}; \quad \mathbf{F}_{\text{med}} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t; \quad \sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = M\mathbf{a}_{\text{cm}}; \quad M\mathbf{v}_{\text{cm}} = \sum \mathbf{p}_i;$$

$$K_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2; \quad \mathbf{R}_{\text{cm}} = \sum m_i \mathbf{r}_i / \sum m_i$$

$$\mathbf{P} = m \mathbf{v}, \quad \boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}, \quad \mathbf{L}_{\text{part}} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} = m \mathbf{r} \times \mathbf{v}, \quad L_{\text{corpo rígido}} = I\omega, \quad W_{\text{total}} = \boldsymbol{\tau} \cdot \Delta \theta$$

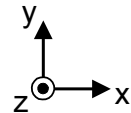
$$\mathbf{L}_{\text{total}} = m \mathbf{r} \times \mathbf{v}_{\text{cm}} + I_{\text{cm}} \boldsymbol{\omega}$$

Teorema dos eixos paralelos: $I_d = I_{\text{CM}} + M d^2$

Aro de massa M e raio R: $I_{\text{CM}} = MR^2$ Disco de massa M e raio R: $I_{\text{CM}} = MR^2/2$

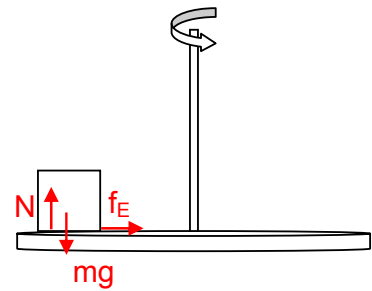
Esfera de massa M e raio R: $I_{\text{CM}} = 2MR^2/5$

Sistema de coordenadas



A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.
As respostas sem justificativas não serão computadas.
Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 3,0 pontos) Durante o século 20, o toca-discos era um equipamento comum nas casas das pessoas. Seus principais componentes são um prato que gira com uma velocidade angular constante e um braço com uma agulha na ponta que tangencia este prato. Um aluno observando este equipamento resolve colocar um bloco de massa m igual a 2,0 kg a uma distância de 0,10 m do eixo de rotação. **Suponha que o bloco tenha dimensões desprezíveis.** Use $g = 10 \text{ m/s}^2$.



a) O coeficiente de atrito estático entre o bloco e o prato é de 0,70. O prato foi posto para girar com uma velocidade angular de 8,0 rad/s, de tal forma que não existe movimento relativo entre o bloco e o prato. Indique no desenho acima as forças que atuam no bloco durante o movimento e determine o módulo da força de atrito f_E .

$$\Sigma F_r = f_E = m \omega^2 r$$

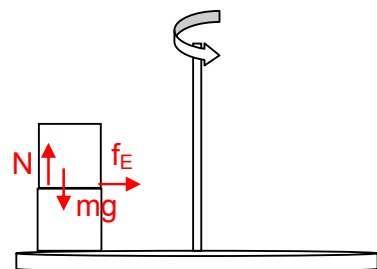
$$f_E = 2,0 (8,0)^2 0,1 = 12,8 \text{ N}$$

b) Qual deve ser a maior velocidade angular do prato para que o bloco não escorregue nas condições explicitadas anteriormente.

$$\Sigma F_r = f_{E,\max} = \mu N = \mu m g = m \omega_{\max}^2 r$$

$$0,7 \cdot 10 = \omega_{\max}^2 \cdot 0,1 \rightarrow \omega_{\max} = 8,4 \text{ rad/s}$$

c) O aluno coloca sobre o primeiro bloco um segundo bloco de massa 1,0 kg e coloca o sistema para girar a 4,0 rad/s. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é de 0,10 e não há movimento relativo entre os blocos na direção tangencial. Identifiquem no desenho ao lado as forças que atuam no bloco de cima e determine se os blocos permanecem unidos ou não (ambos os blocos tem dimensões desprezíveis).

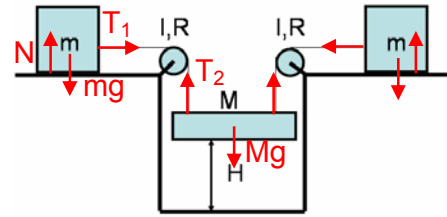


no bloco de cima a força de atrito estático máxima é: $f_{E,\max} = \mu N = 0,1 \cdot 1,0 \cdot 10 = 1 \text{ N}$

a força centrípeta no bloco de cima seria: $F_c = m \omega^2 r = 1,0 (4,0)^2 \cdot 0,1 = 1,6 \text{ N} > f_{E,\max}$

portanto o bloco de cima não permanece unido ao bloco de baixo

(2ª questão: 4,0 pontos) Sejam os cinco corpos da figura: dois corpos com massas iguais a $m = 5,0$ kg, duas polias com momento de inércia $I = 4,0$ kg.m² e raio $R = 0,50$ m, e finalmente um corpo de massa $M = 10$ kg. As cordas têm massas desprezíveis e não existe atrito de nenhum tipo. A massa M se encontra inicialmente ($t = 0$ s) em repouso a uma distância $H = 2,5$ m do solo. Considere $g = 10$ m/s²



a) Desenhe na figura as forças atuando sobre os corpos.

as forças atuando sobre os blocos estão ilustradas acima

b) Calcule as velocidades lineares e angulares de cada corpo quando a massa M está na iminência de tocar no solo.

$$MgH = \frac{1}{2} Mv^2 + 2 \frac{1}{2} mv^2 + 2 \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\omega = v/R$$

$$MgH = \frac{1}{2} Mv^2 + mv^2 + I (v/R)^2$$

$$v = [MgH / (\frac{1}{2} M + m + I/R^2)]^{1/2}$$

$$v = [10 \cdot 10 \cdot 2,5 / (5 + 5 + 4/(0,5)^2)]^{1/2} = [250 / 26]^{1/2} = 3,1 \text{ m/s}$$

$$\omega = 6,2 \text{ rad/s}$$

c) Calcule o módulo da aceleração linear da massa M durante o processo.

$$v^2 = [MgH / (\frac{1}{2} M + m + I/R^2)] = 2 a H$$

$$a = Mg / (M + 2 m + 2 I/R^2)$$

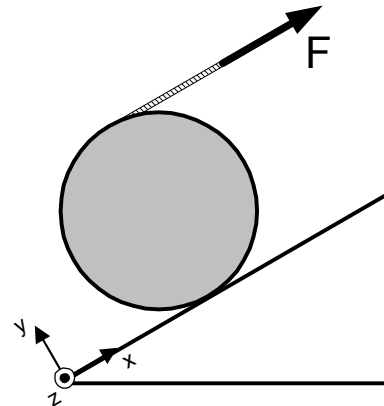
$$a = 10 \cdot 10 / (10 + 10 + 2 \cdot 4/0,5^2) = 100 / 52 = 1,9 \text{ m/s}^2$$

d) Imediatamente após tocar o solo, a massa M fica grudada no mesmo. Calcule a energia cinética total do sistema imediatamente após M grudar ao chão.

$$K_{\text{total}} = MgH - \frac{1}{2} M [2 a H]$$

$$K_{\text{total}} = 10 \cdot 10 \cdot 2,5 - \frac{1}{2} \cdot 10 [2 \cdot 1,9 \cdot 2,5] = 250 - 48 = 202 \text{ J}$$

(3ª questão: 3,0 pontos) Um disco de massa M e raio R tem enrolado na sua borda um fio muito fino inextensível e de massa desprezível. Uma força F é aplicada ao fio de modo que o disco suba rolando sem deslizar um plano inclinado de 30° com a horizontal como ilustrado na figura ao lado. A força F é paralela ao plano inclinado. Há atrito entre o disco e o plano inclinado. O sistema de coordenadas também está ilustrado na figura. $I_{cm} = MR^2/2$.



a) Calcule os vetores torque que a força F e a força de atrito f_E fazem em relação ao centro de massa do disco. Responda em função de F , f_E e R .

$$\tau_{\text{atrito}} = R f_E (\mathbf{k})$$

$$\tau_F = R F (-\mathbf{k})$$

b) Calcule o módulo da força F de modo que a aceleração do centro de massa do disco ao longo do plano inclinado tenha módulo igual à aceleração da gravidade g .

$$\Sigma F_{\text{plano}} = F + f_{\text{at}} - Mg/2 = Ma_{\text{cm}} = Mg \quad (1)$$

$$\Sigma \tau = R (F - f_{\text{at}}) = I \alpha = MR^2/2 g/R \quad (2)$$

$$\rightarrow F - f_{\text{at}} = Mg/2 \rightarrow f_{\text{at}} = F - Mg/2 \quad (3)$$

substituindo (3) em (1)

$$F + F - Mg/2 - Mg/2 = Mg \rightarrow 2F = 2 Mg \rightarrow F = Mg$$

c) Calcule o vetor momento angular total do disco em relação à origem do sistema de coordenadas, no instante em que sua velocidade angular for igual ω . Responda em função de M , R e ω .

$$\text{rolando sem deslizar } \mathbf{v}_{\text{cm}} = \omega R$$

$$\mathbf{L}_{\text{total}} = (R M \omega R + MR^2/2 \omega) (-\mathbf{k}) = 3/2 MR^2 \omega (-\mathbf{k})$$