PROVA G3 FIS 1031 – 18/06/2008

MECÂNICA NEWTONIANA

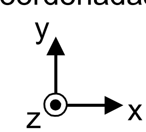
NOME: Gabarito Nº:

TURMA:

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	3,0		
3	4,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

Sistema de coordenadas



$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{s}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$; $\mathbf{R}_{cm} = \Sigma m_i \mathbf{r}_i / \Sigma m_i$ $\boldsymbol{\tau}_{med} = \Delta \mathbf{L} / \Delta t$

$\mathbf{P} = m\,\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} = m\,\mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $L_{corpo\ rigido} = I\omega$, $W_{total} = \tau \cdot \Delta\theta$

Teorema dos eixos paralelos: $I_d = I_{CM} + M d^2$

Aro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2$ Disco de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2/2$

Esfera de massa M e raio R: $I_{CM} = 2MR^2/5$

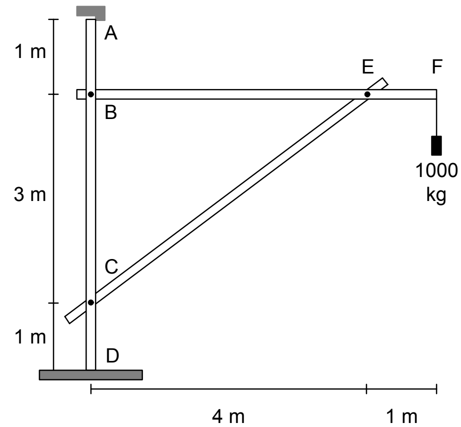
Haste de massa M e comprimento ℓ: $I_{CM} = M\ell^2/12$

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 5 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 3,0 pontos) A estrutura mostrada na figura é formada por três vigas delgadas de massas desprezíveis articuladas nos pontos B, C e E, está apoiada ao solo no ponto D e apenas tocando no ponto A (de modo que a força do apoio sobre a estrutura neste ponto é horizontal). A estrutura permanece em equilíbrio estático quando carregada pela massa de 1000 kg, pendurada no ponto F.

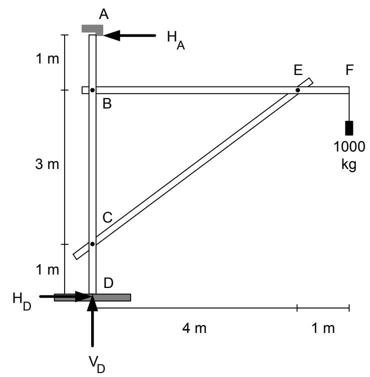


a) Inicialmente, determine as componentes das forças que atuam sobre a estrutura nos pontos A e D. Responda utilizando notação vetorial.

(1,5) $\sum F_{xi} = 0 \rightarrow H_A = H_D$

$$\sum F_{yi} = 0 \rightarrow V_D = 10000 \ N$$

$$\sum \tau_{zi} = 0 \rightarrow 5H_A = 5 \times 10 \times 1000 \rightarrow H_A = H_D = 10000 \ N$$



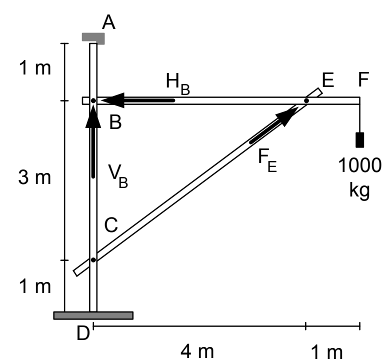
(1,5) b) Finalmente, use fato de que a reação da força que age sobre a viga CE no ponto E tem a mesma direção da viga CE para determinar todas as forças que atuam sobre a viga BEF. Apresente um diagrama as componentes das forças nos pontos B e E. Calcule os valores das componentes. Responda utilizando notação vetorial.

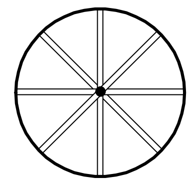
$$\sum \tau_{zi} = 0 \rightarrow 4 \times \frac{3}{5} F_E = 5 \times 10000 \rightarrow F_E = 20833{,}33 \ N$$

(em relação ao eixo z que contém B)

$$\sum F_{yi} = 0 \rightarrow V_B + \frac{3}{5} F_E = 10000 \rightarrow V_B = -2500{,}00 \ N$$

$$\sum F_{xi} = 0 \rightarrow H_B = \frac{4}{5} F_E = 16666{,}67 \ N$$





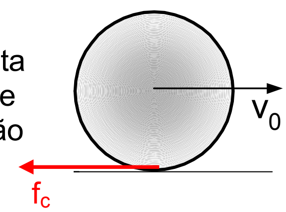
(2ª questão: 3,0 pontos) Um roda é composta de um aro de massa M e raio R e de 8 hastes de massa M/8 conforme ilustra a figura ao lado. Determine momento de inércia rotacional da roda em torno de um eixo que passa pelo seu centro.

$I_{haste,\ cm} = M/8\ R^2/12 \quad I_{aro,\ cm} = MR^2$

(1,0) $I_{haste,\ extremidade} = M/8\ R^2/3$, $8\ I_{haste,\ extremidade} = M\ R^2/3$

$I_{roda} = MR^2 + MR^2/3 = 4\ MR^2/3$

Uma bola de boliche de massa M e raio R é atirada sobre uma pista horizontal com coeficiente de atrito cinético μ. No momento em que ela toca a pista, a velocidade do seu centro de massa é v_0 e ela não tem velocidade angular.



a) Mostrem na figura acima as forças que atuam na bola na direção horizontal no momento em que ela toca a pista.

(0,5) Força de atrito cinético

b) Calcule a velocidade do centro de massa e a velocidade angular no instante de tempo $t_1 = v_0 / 7\mu g$.

(0,5) $\Sigma F_x = -f_c = -\mu Mg = Ma_{cm} \rightarrow a_{cm} = -\mu g$
$v_{cm}(t) = v_0 - \mu g\ t$

$\Sigma \tau = -Rf_c = -I\ \alpha \rightarrow R\ \mu Mg = 2MR^2/5\ \alpha \rightarrow \alpha = 5\ \mu g/2R$
$\omega(t) = 5\ \mu g/2R\ t$

em t_1 : $v_{cm} = v_0 - v_0 / 7 = 6v_0 / 7$

(0,5) e

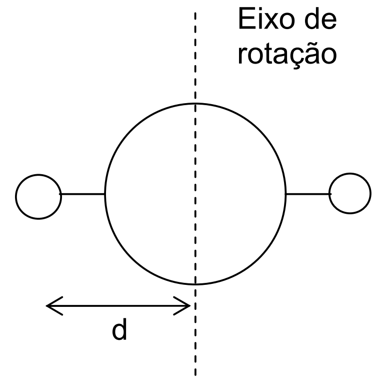
$\omega = 5v_0 / 14R$

c) Diga se, no mesmo instante de tempo t_1, a bola já entrou no regime de rolamento sem deslizamento. Justifique.

(0,5) Como $|v_{cm}|$ não é igual a ωR a bola ainda está deslizando.

(3ª questão: 4,0 pontos) Um satélite em órbita gira 0,500 rotação por segundo em torno de um eixo que passa pelo seu centro de massa. Ele é equivalente a uma esfera sólida homogênea de massa M_1 = 200 kg e raio R = 1,00 m.

I - Através de mecanismos internos, o satélite se transforma em uma esfera central sólida e homogênea e duas massas pontuais. Veja o desenho ao lado. A esfera central ficou com massa M_2 = 145,8 kg e raio R' = 90 cm. As duas massas pontuais são iguais e de valor m = 27,1 kg, estando com seus centros de massa (CM) distantes d = 1,00 m do eixo de rotação. Essas massas pontuais são ligadas por hastes finas de massas desprezíveis, rígidas e perpendiculares ao mesmo eixo de rotação (tracejado na figura).



(1,0) a) Obtenha uma expressão para a velocidade angular do sistema após a abertura, em função dos dados fornecidos. Calcule-a. Diga qual grandeza física é conservada e justifique sua resposta.

$\mathbf{L_I = L_F}$ → $L_I = (2/5)M_iR_i^2\,\omega_I$; $L_F = \{(2/5)M_CR_C^2 + md^2 + md^2\}\,\omega_F$ →

$\omega_F = \{ (2/5)\,200\,1^2\,\pi \} / \{(2/5)\,145{,}8\,(0{,}9)^2 + 2.\,27{,}1\,1^2 \} = 80\,\pi / 101{,}44 = 2{,}48$ rad/s.

(1,0) b) Calcule as energias cinéticas do sistema antes e depois da transformação. Compare-as interpretando o resultado.

$K_I = (1/2)\,I_I\,\omega_I^2 = (1/2)\,\{ (2/5)\,200\,1^2\}\,\pi^2 = 394{,}8$ J

$K_F = (1/2)\,I_F\,\omega_F^2 = (1/2)\,101{,}44\;\,2{,}48^2 = 311{,}8$ J.

A energia cinética final é menor devido ao gasto total de energia para abrir o sistema.

II - A partir dessa situação, as massas pontuais produzem jatos de foguete que duram 20 segundos. Cada uma gera uma força média **F** na direção tangencial à trajetória circular, contra o movimento de rotação, até anular a velocidade angular.

(1,0) c) Encontre o módulo do valor dessa força média (F) a partir das leis sobre torque e momento angular.

$T_R = (d\mathbf{L}/dt) \rightarrow -2Fd = (L_{F2} - L_{I2}) / \Delta t \rightarrow L_F = 0 \rightarrow F = (L_{I2}) / 2d\Delta t \rightarrow$

$F = 80\,\pi / 2\ 1\ 20 = 2\pi$ N

III - Após o sistema parar de girar, mecanismos internos ejetam as duas massas pontuais em direções paralelas, perpendiculares ao raio no antigo plano de rotação, em sentidos opostos, com velocidade de módulo v = 0,5 m/s.

(1,0) d) Calcule o módulo da velocidade angular da esfera central, após a ejeção das massas pontuais. Diga a lei física usada.

$\mathbf{L}_{I3} = \mathbf{L}_{F3} \rightarrow L_{I3} = 0;\ \mathbf{L}_{F3} = \mathbf{L}_{\text{esfera central}} + \mathbf{L}_{\text{esferas laterais}} \rightarrow L_{F3} = I_{esf.cen}\,\omega_{F3} - 2\,r\,mv \rightarrow$

$L_{F3} = (2/5)M_2R_2^2\,\omega_{F3} - 2\,d\,mv \rightarrow \omega_{F3} = 2dmv / (2/5)M_2R_2^2 \rightarrow$

$\omega_{F3} = 2\,(1)\,27{,}1\ 0{,}5 / (2/5)\ 145{,}8\ (0{,}9)^2 = 27{,}1 / 47{,}24 = 0{,}574$ rad/s.