

PROVA G2 FIS 1031 – 29/04/2008

MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: **Gabrito** _____ N.º: _____

TURMA: _____

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	3,0		
3	4,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$$g = 10,0 \text{ m/s}^2 = 1000 \text{ cm/s}^2$$

$$\mathbf{v} - \mathbf{v}_0 = \mathbf{a}t; \quad \mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a}t^2 \quad (\mathbf{a} = \text{constante})$$

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}; \quad F_c = m v^2/r$$

$$\text{sen } 30^\circ = 1/2; \quad \text{cos } 30^\circ = \sqrt{3}/2 = 0,866; \quad \text{sen } 45^\circ = \text{cos } 45^\circ = \sqrt{2}/2 = 0,707$$

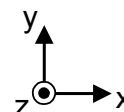
$$K = \frac{1}{2} m v^2; \quad W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{s}; \quad W_{\text{cons}} = -\Delta U; \quad W_{\text{mola}} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$$

$$W_{\text{total}} = \Delta K; \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v}; \quad \mathbf{F}_{\text{med}} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t; \quad \Sigma \mathbf{F}_{\text{ext}} = M\mathbf{a}_{\text{cm}}; \quad M\mathbf{v}_{\text{cm}} = \Sigma \mathbf{p}_i;$$

$$\mathbf{R}_{\text{cm}} = \Sigma m_i \mathbf{r}_i / \Sigma m_i$$

$$\text{Col. elástica: } \mathbf{P}_a = \mathbf{P}_d \text{ e } K_{1a} + K_{2a} = K_{1d} + K_{2d} \text{ ou } v_{1a} - v_{2a} = -(v_{1d} - v_{2d})$$

Sistema de coordenadas

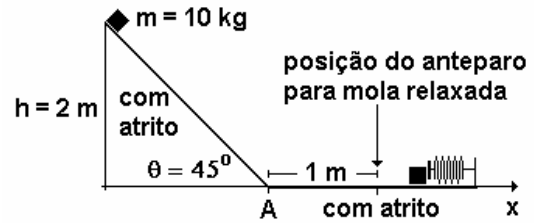


A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão consideradas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 3,0 pontos) A plataforma de um supermercado para descarga de caixas transportadas por caminhões é formada por um plano horizontal, um plano inclinado de altura máxima $h = 2,0$ m que faz o ângulo 45° com o plano horizontal e uma mola, em cuja extremidade esquerda existe um anteparo de massa desprezível, conforme mostra a figura. A superfície da plataforma é revestida de material cujos coeficientes de atrito estático e cinético têm mesmo valor.



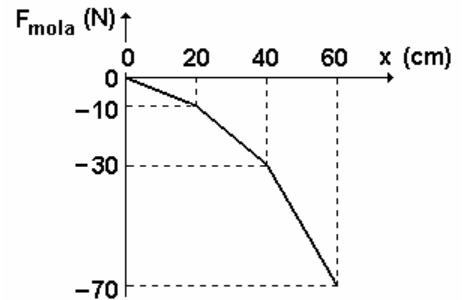
a) Suponha que não exista a mola mostrada na figura e que o coeficiente de atrito entre a superfície da plataforma e uma caixa seja $\mu = 0,2$. Qual o trabalho realizado pelo atrito sobre uma caixa de massa $m = 10$ kg desde quando for solta a partir do repouso no alto do plano inclinado até o ponto do plano horizontal situado a $1,5$ m do ponto A? Responda, justificando, se a caixa permanecerá parada nesta posição.

$$W_{at} = -\mu m g \cos \theta h / \sin \theta - \mu m g 1,5 =$$

$$= 0,2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 - 0,2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1,5 = -70 \text{ J}$$

Como $U_g = m g h = 10 \cdot 10 \cdot 2 = 200 \text{ J}$, a caixa não permanecerá parada nesta posição.

b) Suponha, agora que a plataforma foi recoberta com um novo material e que uma mola foi fixada sobre o plano horizontal de tal forma que, na posição relaxada, o anteparo se situe a $1,0$ m do ponto A. Durante sua compressão, a força exercida pela mola sobre uma caixa está mostrada na figura. Deseja-se que uma caixa de massa $m = 10$ kg, colocada alto do plano inclinado, termine seu movimento em repouso no ponto do plano horizontal situado a $1,5$ m do ponto A. Calcule o valor do trabalho realizado pela mola sobre a caixa.



$$0,0 < x < 0,2 \rightarrow -1,0 \text{ J}$$

$$0,2 < x < 0,4 \rightarrow -2,0 - 2,0 = -4,0 \text{ J}$$

$$0,4 < x < 0,5 \rightarrow -3,0 - 1,0 = -4,0 \text{ J}$$

$$W_{mola} = -9,0 \text{ J}$$

c) Calcule o valor do novo coeficiente de atrito entre a superfície da plataforma e a caixa, para que ela pare no ponto situado a $1,5$ m do ponto A, supondo que o trabalho realizado pela mola sobre a caixa foi de -15 J. Determine se o valor do coeficiente de atrito obtido é capaz de manter a caixa em repouso no ponto do plano horizontal situado a $1,5$ m do ponto A.

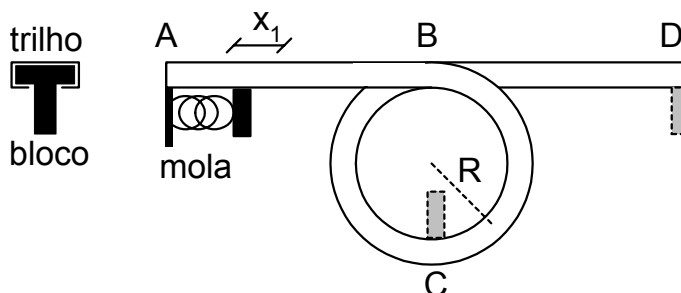
$$U_g - W_{at} - 15 = m g h - \mu' m g \cos \theta h / \sin \theta - \mu' m g 1,5 - 15 = 0 \rightarrow \mu' = 0,53.$$

$$W_{mola} = -15 \text{ J} \rightarrow U_k = \frac{1}{2} k x^2 = 15 \rightarrow k = 2 \cdot 15 / (0,5)^2 = 120 \text{ N/m}$$

$$|F_{mola}| = kx = 60 \text{ N comparado com } f_{at}^{e,max} = \mu' N = 0,53 \cdot 10 \cdot 10 = 53 \text{ N}$$

→ a caixa não fica em repouso.

(2ª questão: 3,0 pontos) Na figura, o bloco de massa m , em forma de T, é suspenso por baixo de um trilho, e comprime uma mola, de constante elástica k , por uma distância x_1 em relação à sua posição relaxada. A figura menor mostra o perfil do bloco e seu encaixe. O trilho horizontal vai do ponto A até o ponto B, onde se conecta a um anel invertido de raio R e segue até o ponto final D. Soltando o bloco do repouso em A, a mola o empurra até se desconectar dele na posição relaxada. O bloco desliza até B onde inicia a passagem por dentro do anel (com ponto mais baixo em C), retorna ao ponto B e prossegue novamente por baixo do trilho horizontal até o ponto D. A aceleração da gravidade é g . Somente no trecho BD existe atrito do trilho com o bloco.



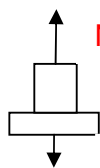
a) Diga quais forças conservativas e quais forças não conservativas atuam sobre o bloco no percurso de A até D incluindo a passagem no anel invertido. Em função dessas forças diga que lei física relativa a trabalho-energia mecânica pode ser aplicada ao problema. Que lei relativa às forças pode se aplicada no ponto C para resolver o que for pedido abaixo.

F_c : força da mola e peso F_{nc} : força de atrito

$$W_{NC} = E_{M-final} - E_{M-inicial}$$

$$F_{Rc} = N_c - P$$

b) Faça um diagrama de forças sobre o bloco no ponto C. Partindo da aplicação das leis físicas mencionadas em a) encontre uma fórmula para o valor da força normal (N_c) do trilho sobre o bloco no ponto C, em função de k , x_1 , R , m , g .



$W_{Resultante\ Forças\ Não\ Conservativas/a-c} = E_{Mc} - E_{Ma} \rightarrow W_{at/a-c} + W_{Na-c} = E_{Mc} - E_{Ma}$. Sem atrito e com a força normal ortogonal ao deslocamento: $W_{at/a-c} = 0$ e $W_{Na-c} = 0 \rightarrow$

$$0 = E_{Mc} - E_{Ma} \rightarrow E_{Ma} = E_{Mc} \rightarrow K_a + U_{mola/a} + U_{grav/a} = K_c + U_{mola/c} + U_{grav/c}$$

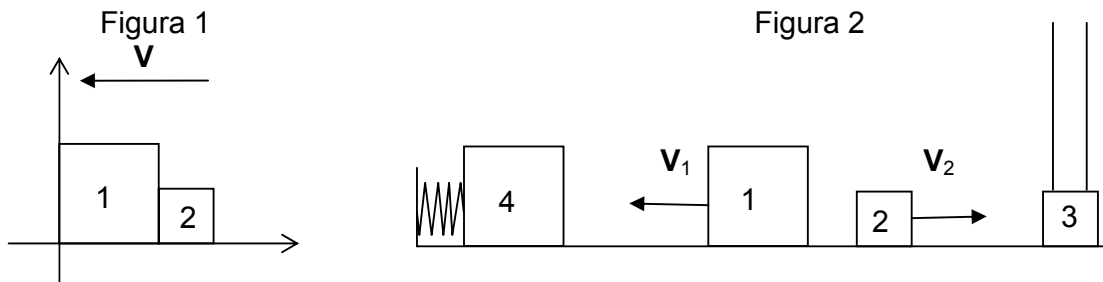
Sendo o zero da energia potencial gravitacional em a, temos $y_a = 0$ e $y_c = -2R \rightarrow$

$$K_a = 0, U_{mola/a} = k \cdot (x_1)^2 / 2, U_{grav/a} = 0; K_c = m(v_c)^2 / 2, U_{mola/c} = 0, U_{grav/c} = mgy_c = -mg2R \rightarrow 0 + k \cdot (x_1)^2 / 2 + 0 = m(v_c)^2 / 2 + 0 + (-mg2R). \text{ Multiplicando por } (2/m), \text{ vem } (v_c)^2 = k \cdot (x_1)^2 / m + 4gR, \text{ o que leva a } N_c - P = (m/R) \cdot \{ k \cdot (x_1)^2 / m + 4gR \} \rightarrow N_c = k \cdot (x_1)^2 / R + 5mg.$$

c) No trecho horizontal BD de comprimento L , considere o movimento do bloco após passar pelo anel. Se o bloco chega em D com velocidade de valor V_d , encontre uma expressão para a força de atrito cinético (f_{BD}) em função de L , k , x_1 , m , V_d .

$$W_{Nb-d} = 0, W_{at} = -f_{bd} \cdot L \text{ então } -f_{bd} \cdot L = E_{Md} - E_{Ma} \rightarrow -f_{bd} \cdot L = K_d - U_{mola/a} = m(V_d)^2 / 2 - k \cdot (x_1)^2 / 2, \text{ pois a energia potencial gravitacional é a mesma em ambos os pontos e no ponto D a mola não contribui. Multiplicando a equação anterior por } (-1/L) \text{ temos } f_{bd} = (1/2L) \cdot \{ k \cdot (x_1)^2 - m(V_d)^2 \}.$$

(3ª questão: 4,0 pontos) Dois blocos quadrados 1 e 2 de massas 3,0 kg e 1,0 kg e de lados 2,0 m e 1,0 m estão unidos e se deslocam com velocidade V conforme a figura 1. Em certo instante, uma pequena explosão separa os blocos conforme a figura 2. O bloco 2 adquire uma velocidade $V_2 = 2,0 \hat{i}$ m/s e o bloco 1 adquire a velocidade $V_1 = 2,0V_{CM}$. Considere a superfície lisa, com atrito desprezível.



a) Calcule o vetor posição do centro de massa do sistema composto pelos blocos 1 e 2 no instante indicado e usando o sistema de referência da figura 1.

$$R_{cm} = \{3,0(1,0\hat{i} + 1,0\hat{j}) + 1,0(2,5\hat{i} + 0,5\hat{j})\} / 4$$

$$R_{cm} = \{5,5\hat{i} + 3,5\hat{j}\} / 4$$

$$R_{cm} = \{1,375\hat{i} + 0,875\hat{j}\}m \rightarrow \{1,4\hat{i} + 0,88\hat{j}\}m$$

b) Determine o vetor velocidade do centro de massa do sistema antes e após a explosão e o vetor impulso sobre o bloco 2.

$$V_{cm} = \{3,0(2V_{cm}) + 2,0\hat{i}\} / 4,0 = \{6,0V_{cm} + 2,0\hat{i}\} / 4,0$$

$$4,0V_{cm} - 6,0V_{cm} = 2,0\hat{i}$$

$$-2,0V_{cm} = 2,0\hat{i} \rightarrow V_{cm} = -1,0\hat{i} \text{ m/s}$$

A velocidade do centro de massa não se altera com a explosão

$$J = \Delta p \quad J = (2,0\hat{i} - V_{cm}) = 3,0\hat{i} \text{ N}\cdot\text{s}$$

c) Conforme mostrado na figura 2, o bloco 2, após a explosão, irá colidir elasticamente com um bloco 3 idêntico ao bloco 2 e inicialmente em repouso sobre a superfície. O bloco 3 é preso por um fio de massa desprezível e inextensível formando um pêndulo. Determine a altura máxima em relação ao chão que o centro de massa do sistema formado pelo bloco 2 e bloco 3 alcança após a colisão. (Considere que a toda a massa dos blocos estão nos seus respectivos centros de massa).

$$P_2 + P_3 = P_2' + P_3'$$

Colisão elástica: $V_2' = 0 \text{ m/s}$ $V_3' = 2 \text{ m/s}$

Altura que o centro de massa do bloco 3 alcança

$$Mg/2 + 4,0 M/2 = MgH \rightarrow H = (5+2)/10 \rightarrow H = 0,7 \text{ m}$$

$$Y_{cm} \text{ entre os dois blocos} \rightarrow Y_{cm} = \{0,5 + 0,7\} / 2,0 = 0,6 \text{ m}$$

d) Suponha para este item que o bloco 1 após a explosão, adquira uma velocidade $V' = -4,0 \hat{i}$ m/s. Este bloco desliza até colidir com um bloco 4 de massa 1,0 kg, conforme a figura 2, que está conectado com uma mola relaxada com a outra extremidade fixa em uma parede. A constante elástica desta mola é de 900 N/m. Os blocos permanecem grudados após a colisão. Qual a compressão máxima da mola?

Colisão inelástica $4,0 V = -3,0 \times 4,0 + 0 \rightarrow V = -12 / 4,0 \quad V = -3,0 \text{ m/s}$

$$\{Kx^2\} / 2 = \{MV^2\} / 2$$

$$2,7 \times 10^2 x^2 = (4,0) \times 3,0^2$$

$$x^2 = 9,0 \times 4,0 / 900 \rightarrow x = 0,2 \text{ m}$$