PROVA G4 FIS 1031 – 04/12/2007

MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: Gabarito ______________________________ Nº:_________

TURMA:_______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	3,0		
3	4,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{s}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$\mathbf{R}_{cm} = \Sigma\, m_i\, \mathbf{r}_i / \Sigma\, m_i$

Col. elástica: $K_{1a} + K_{2a} = K_{1d} + K_{2d}$

$K_{rot} = \frac{1}{2} I\, \omega^2$; Col. elástica: $v_{1a} - v_{2a} = -(v_{1d} - v_{2d})$

$\mathbf{P} = m\, \mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\tau = r F \operatorname{sen} \theta$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} = m\, \mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $L_{corpo\ rigido} = I\omega$

$W_{total} = \tau \,.\, \Delta\theta$

Teorema dos eixos paralelos: $I_z = I_{CM} + M d^2$

$\operatorname{sen} 30^o = \cos 60^o = 1/2$; $\cos 30^o = \operatorname{sen} 60^o = \sqrt{3}/2$

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 3,0 pontos) Uma caixa apoia-se sobre uma tábua que por sua vez se apoia sobre uma mesa horizontal fixa. O coeficiente de atrito estático e cinético entre a caixa e a tábua é μ_E = 0,50 e μ_C = 0,30 respectivamente. O atrito entre a tábua e a mesa é desprezível. A caixa tem m = 10 kg e a tábua M = 20 kg. Uma força horizontal de módulo F = 200 N é aplicada sobre a tábua.

a) Analise o problema e determine se a caixa desliza sobre a tábua ou não. Justifique.

Se a caixa e a tábua andassem juntas: $a = 200 / (10 + 20) = 20/3 = 6{,}7\ m/s^2$

Para a caixa teríamos $\Sigma F_H = F_{at,E} = m_c\, a = 10\ 6{,}7 = 67$ N.

mas $F_{at,E}^{max} = \mu_E\, m_c\, g = 0{,}50\ 10\ 10 = 50$ N $\rightarrow$ então há deslizamento!

b) Determine a aceleração da caixa e da tábua.

Para a caixa:

$\Sigma F_H = F_{at,C} = \mu_C\, m_c\, g = 0{,}3\ 10\ 10 = 30$ N $\rightarrow a_c = 3{,}0\ m/s^2$

Para a tábua:

$\Sigma F_H = F - F_{at,C} = F - \mu_C\, m_c\, g = 200 – 30 = 170$ N $\rightarrow a_t = 8{,}5\ m/s^2$

$a_c =$

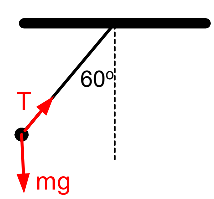
$a_t =$

Seja um pêndulo formado por uma corda, de massa desprezível, de comprimento L = 1,0 m e uma massa m = 1,0 kg preso na sua extremidade. Suponha que em determinado instante de tempo ele faça um ângulo de 60° com a vertical e tenha neste instante o módulo da sua velocidade igual a 3,0 m/s.

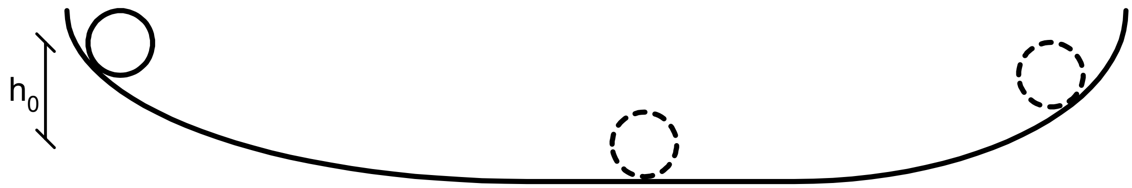
c) Determine as componentes horizontal e vertical do vetor aceleração neste instante.

$\Sigma F_c = T – mg \cos 60^o = m\, v^2/L$
$T = m\, v^2/L + mg/2 \rightarrow T = 14$ N

$\Sigma F_H = T \operatorname{sen} 60^o = 14\ \sqrt{3}/2$ N $\rightarrow a_H = 12\ m/s^2$
$\Sigma F_v = T \cos 60^o – mg = 14\ ½ - 10 = -3{,}0$ N $\rightarrow a_V = -\ 3{,}0\ m/s^2$



(2ª questão: 3,0 pontos) Uma esfera oca de massa M e raio R está em repouso no alto de uma superfície curva áspera suavemente côncava. Ela é então solta e desce rolando sem deslizar até uma superfície horizontal, onde chega com velocidade angular igual a ω. Considere a aceleração da gravidade g. Note que a aceleração do centro de massa (CM) não é constante durante a descida. $I_{cm} = 2MR^2/3$



(a) Encontre uma expressão para a altura inicial h_0 do CM da esfera quando ela está no alto da superfície côncava em relação a altura do CM de quando ela está na superfície horizontal. Exprima seu resultado em função de R, g e ω.

Como é nulo o trabalho das forças não conservativas (Normal e Atrito Estático), então:

Na descida: $E_{Mi} = E_{Mf} \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow 0 + Mgh_0 = Mv^2/2 + I_{CM}.\omega^2/2 + 0.$

Mas $v = \omega.R$ e $I_{CM} = 2MR^2/3 \Rightarrow Mgh_0 = M.\omega^2.R^2/2 + (2MR^2/3)\omega^2/2 \Rightarrow$

$Mgh_0 = 5M.\omega^2.R^2/6 \Rightarrow h_0 = 5\omega^2.R^2/6g$

Prosseguindo em seu movimento, a partir da superfície horizontal, a esfera sobe uma rampa lisa (sem atrito) até atingir uma altura máxima $h_{MÁX}$ entre o CM na superfície horizontal e o CM no ponto máximo na rampa.

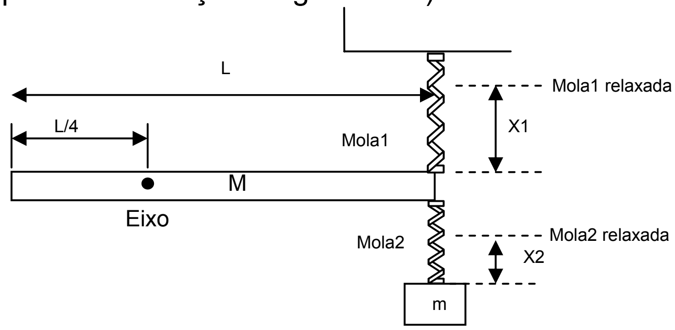
(b) Obtenha uma expressão para $h_{MÁX}$ em função de R, g e ω. Determine a razão $h_{MÁX}/h_0$.

Na SUBIDA SEM ATRITO a única força não conservativa (Normal) não realiza trabalho. Então:

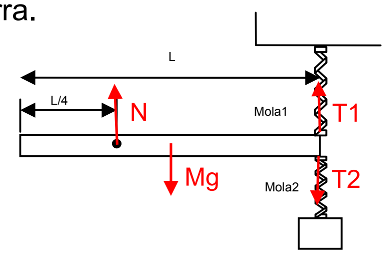
Na subida: $E_{Mi} = E_{Mf} \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow$ Como não existe atrito a rotação permanece constante durante a subida: $Mv^2/2 + I_{CM}.\omega^2/2 = Mgh_{MAX} + I_{CM}.\omega^2/2 \Rightarrow$
$v = \omega.R \Rightarrow MR^2.\omega^2/2 = Mgh_{MAX}. \Rightarrow h_{MAX} = \omega^2.R^2/2g$

$h_{MAX}/h_0 = [\omega^2.R^2/2g]/[5\omega^2.R^2/6g] \Rightarrow h_{MAX}/h_0 = 3/5 = 0,6.$

(3ª questão: 4,0 pontos) Uma barra homogênea de massa M e comprimento L tem um eixo a uma distância L/4 de uma extremidade. Na outra extremidade estão presas 2 molas idênticas de constante elástica k. À outra extremidade da mola 1 está presa a uma plataforma horizontal acima da barra e a mola 2 que suporta uma massa m. Nesta situação o sistema fica em equilíbrio estático quando a mola 1 faz um ângulo de 90^o com a barra. A variação de comprimento da mola 1 por estar suportando a barra é X1. A variação de comprimento da mola 2 é X2. A figura abaixo representa a situação descrita. (use g para a aceleração da gravidade)



a) Faça o diagrama das forças que atuam na barra.



b) Determine o valor da força N que o eixo faz sobre a barra em função de M e g.

$\sum T=0$ Usando como referência a extremidade onde se encontram as molas
$MgL/2-3NL/4=0$
$3NL/4=MgL/2$
$N=2Mg/3$

c) Determine o valor da força T1 que a barra faz sobre a mola1 e a variação do comprimento X1 da mola1 em função de M, m, g e X2

$\sum F=0$ $N+T1-T2-Mg=0$, $T2=mg=kx2$, $2Mg/3+T1-mg-Mg$ => $T1=(m+M/3)g$
ou
$\sum T=0$ Usando como referência o ponto se encontra o eixo
$-3mgL/4+3T1L/4-MgL/4=0$ => $3T1L=MgL+3mgL$ => $T1=(m+M/3)g$
$T1=kx1$ => $x1=T1/k$, $k=mg/x2$, $x1=(m+M/3)gx2/mg$ =>$x1=(m+M/3)x2/m$

d) Suponha que as duas molas fossem retiradas deixando apenas a barra livre para girar. Qual será a velocidade angular da barra quando ela girar de 90^o devido à força da gravidade (indo da posição horizontal para a vertical). O momento de inércia da barra em torno do seu centro de massa é $I_{CM}=ML^2/12$.
$E_i=E_f$, assumindo U=0 na posição do centro de massa quando a barra se encontra na vertical
$Mgh=I\omega^2/2$, onde $h=L/4$
$\omega^2=(2MgL/4I)$ => $\omega^2=(MgL/2I)$, $I=Icm+Mh^2=ML^2/12+M(L/4)^2=ML^2(1/12+1/16)$
$I= 7ML^2/48$, $\omega^2=48MgL/(14ML^2)$ => $\omega^2=24g/(7L)$ => $\omega=[24g/(7L)]^{-1/2}$