PROVA G3 FIS 1031 – 19/06/2007

MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: Gabarito Nº:

TURMA:

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0	3,0	
2	3,0	3,0	
3	4,0	4,0	
TOTAL	10,0	10,0	

Dados:

$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$
$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{s}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$
$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$\mathbf{R}_{cm} = \Sigma\, m_i\, \mathbf{r}_i / \Sigma\, m_i$

Col. elástica: $K_{1a} + K_{2a} = K_{1d} + K_{2d}$

$K = \frac{1}{2} m v^2$, $K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$

$\mathbf{P} = m\,\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\tau = r F \operatorname{sen} \theta$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} = m\, \mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $L_{corpo\ rigido} = I\omega$

$W_{total} = \tau \cdot \Delta\theta$

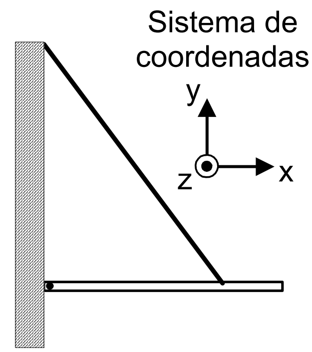
Teorema dos eixos paralelos: $I_z = I_{CM} + M d^2$

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 3,0 pontos) Um carpinteiro monta uma marquise de madeira de 4,00 m de comprimento e massa 300 kg em uma parede de uma loja. A marquise é presa por um pino na parede e por um cabo de aço com 5,00 m de comprimento. O cabo é preso na parede a 4,00 m acima do pino e na marquise a 3,00 m do pino. Despreze a massa do cabo. O sistema está em equilíbrio.



a) Determine o vetor tensão no cabo.

$\sum\tau = 0 \rightarrow T\ 4/5\ 3 - Mg\ 2 = 0 \rightarrow T = 5Mg/6$

$\mathbf{T} = 5Mg/6\ \ 3/5\ (-\mathbf{i}) + 5\ Mg/6\ 4/5\ (\mathbf{j}) =$

$\mathbf{T} = 1500\ (-\mathbf{i}) + 2000\ (\mathbf{j})$ N

T =

b) Determine o vetor força que age no pino devido à marquise.

$\sum\mathbf{F} = 0 \rightarrow \sum F_x = 0$ e $\sum F_y = 0$

F =

$R_x - T\ 3/5 = 0 \rightarrow R_x = 1500$ N

$R_y + T\ 4/5 - Mg = 0 \rightarrow R_y = 3000 - 2000 = 1000$ N

Força que age no pino $\mathbf{F} = -\mathbf{R} \rightarrow 1500\ (-\mathbf{i}) + 1000\ (-\mathbf{j})$ N

c) Para testar a estrutura depois de pronta, o carpinteiro se pendura na sua borda. Sabendo que a tensão máxima que o cabo de aço suporta é de 4.000 N, determine qual a maior massa que o carpinteiro pode ter para que o cabo não arrebente durante o teste. Considere o carpinteiro como uma massa pontual.

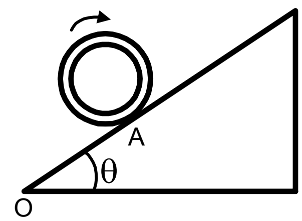
$T_{max}\ 4/5\ 3 - Mg\ 2 - mg\ 4 = 0$

m =

$6T_{max}/5 - Mg = 2\ mg$

$m = 3T_{max}/5g - M/2 = 90$ kg

(2ª questão: 3,0 pontos) Um cilindro oco com raio externo R_{ext}= *R*, raio interno R_{int} = 3*R*/4 e massa *M* sobe um plano inclinado de θ graus em relação à horizontal, rolando sem deslizar. No instante representado na figura ao lado, a distância AO é igual a *x* e a velocidade do centro de massa do cilindro é igual a *v*. O momento de inércia rotacional é $I_{cm} = M\,(R_{int}^2+R_{ext}^2)/2$.



a) Determine o seu momento de inércia em relação ao eixo que passa pelo ponto de contacto com o plano inclinado, em função de *M* e *R*.

$I = M/2\ (9\ R^2/16 + R^2) + MR^2$

I =

$I = 57/32\ MR^2$

b) Suponha que o plano é suficientemente longo e que o cilindro pára de rolar a uma distância *x* + Δ*x* da base do plano (ponto O). Determine a distância Δx, em função de *v*, g e θ.

$\Delta K + \Delta U = 0$

Δ*x* =

$-1/2\ 57/32\ MR^2\ v^2/R^2 + Mg\ \Delta h = 0$

$\Delta h = 57/64\ v^2/g \rightarrow \Delta x \text{ sen } \theta = 57/64\ v^2/g \rightarrow \Delta x = 57\ v^2 / (64\ g \text{ sen } \theta)$

c) Determine o vetor torque devido ao atrito em relação ao eixo que passa pelo centro de massa do cilindro.

τ_{fat} =

$\tau_{fat} = R\ f_{at} = I\ \alpha;\quad Mg\ \text{sen}\theta - f_{at} = M\ a_{cm}\quad \text{e}\quad a_{cm} = \alpha\ R$

$R\ f_{at} / I = (Mg\ \text{sen}\theta - f_{at}) / MR = R\ f_{at} / (25MR^2/32)$

$M\ g\ \text{sen}\ \theta = f_{at} + 32\ f_{at} / 25$

$f_{at} = 25\ Mg\ \text{sen}\theta / 57$

$\tau_{fat} = 25\ Mg\ \text{sen}\theta\ R / 57\ (\mathbf{k})$

(3ª questão: 4,0 pontos) Dois discos uniformes idênticos de massa *M*, raio *R* e momento de inércia $I = 1/2\ MR^2$, podem se mover sobre o plano horizontal x-y, sem atrito. Um dos discos está inicialmente em repouso total com seu centro de massa na origem das coordenadas no plano. O outro disco se move inicialmente com velocidade *V* constante na direção x, sentido positivo de x, e gira com velocidade angular ω no sentido anti-horário. Este disco vai colidir com aquele que está parado na origem. Quando os discos colidem, eles ficam grudados um no outro pelas bordas.

a) Quais grandezas se conservam na colisão? Qual a velocidade do centro de massa V_{CM} do sistema antes e depois da colisão?

as grandezas conservadas são: momento linear e momento angular

$V_{CM}^A = V_{CM}^D = MV / 2M\ \mathbf{i} = V/2\ \mathbf{i}$

$V_{CM}^A =$ $V_{CM}^D =$

b) Calcule o momento de inércia em relação ao centro massa (I_{CM}^S) dos dois discos grudados.

$I_{CM}^S = (1/2\ MR^2 + MR^2) + (1/2\ MR^2 + MR^2) = 3\ MR^2$

$I_{CM}^S =$

c) Calcule o momento angular total dos dois discos (em relação à origem das coordenadas) L_T antes e depois da colisão.

$L_T^A = I_{cm}\,\omega\,(\mathbf{k}) + \mathbf{r} \times \mathbf{p} = ½\ MR^2\,\omega\,(\mathbf{k})$

$L_T^A = L_T^D$

$L_T^A =$ $L_T^D =$

d) Calcule a velocidade angular do novo sistema após a colisão, ω^D.

como $L_z^A = L_z^D$

$\omega^D =$

$½\ MR^2\,\omega = I_{CM}^S\,\omega_D$

$\omega_D = ½\ MR^2 / I_{CM}^S\,\omega = ½\,(MR^2 / 3MR^2)\,\omega = \omega / 6$