P4 de Cálculo II
MAT 1163 — 2011.2
30 de novembro de 2011

Nome: ______________________________

Assinatura: ______________________________

Matrícula: ______________________________ Turma: ______________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	2.5		
2	2.5		
3.a	1.0		
3.b	1.0		
3.c	0.5		
4.a	1.5		
4.b	1.0		
Total	10.0		

AVISO : Preencha correta e completamente todos os campos acima (nome, matrícula, assinatura e turma). Preenchimento errado ou incompleto destes campos será penalizado com 1 ponto por campo. Provas sem nome terão nota ZERO.

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **Não serão aceitas respostas sem justificativa.**
- **Não destaque as folhas da prova.**
- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Calcule a integral de linha do campo $\mathbf{F}(x, y) = (2x^2, y^3 + e^y + x)$, do ponto $(1, 0)$ ao ponto $(-1, 0)$ ao longo semi-círculo de centro na origem e raio um no semi-plano $y \geq 0$.

(Sugestão: usar o Teorema de Green.)

Solução:

Questão 2

Considere o campo $\mathbf{G}(x, y, z) = (yz^2, 2xz, \cos(xyz))$. ***Usando o Teorema de Stokes***, calcule a integral de linha deste campo ao longo do caminho C obtido como interseção dos parabolóides $z = x^2 + y^2$ e $z = 10 - x^2 - y^2$, e percorrido no sentido anti-horário visto de cima.

<u>Solução:</u>

Questão 3

Considere a integral dupla

$$\iint_D xy\, dxdy$$

sobre o retângulo $D = [0,1] \times [0,2]$.

(a) Determine a região D^* do plano (u,v) tal que $D = T(D^*)$, onde T é a mudança de variáveis dada por: $(x(u,v), y(u,v)) = T(u,v) = (u, v(1+u))$.

(b) Calcule a integral usando a mudança de variáveis do item anterior.

(c) Verifique o resultado calculando a integral nas coordenadas (x,y).

Solução:

Questão 4

Sobre as afirmações seguintes, decidir se são verdadeiras ou falsas (respostas sem justificativas não serão consideradas).

(a) O campo vetorial $\mathbf{F} = \mathbf{A} \times \mathbf{r}$, onde $\mathbf{A} = (a, b, c)$ é um vetor constante não-nulo e $\mathbf{r} = (x, y, z)$, é conservativo em $\mathbb{R}^3$.

(b) Se $z = \dfrac{x\, f(x-y)}{y}$, para $y \neq 0$, $x \neq 0$, onde f é uma função real suave de uma variável real, então:

$$\left(\frac{x-y}{x}\right) z + y\,\frac{\partial z}{\partial x} + y\,\frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Solução: