PROVA G3.1 FIS 1004 – 30/10/2006

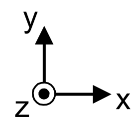
MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: Gabarito ______________________________ Nº: __________

TURMA: ________

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	2,0	2,0	

Sistema de coordenadas



Dados:

$g = 10{,}0 \text{ m/s}^2 = 1000 \text{ cm/s}^2$

$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a}t$; $\Delta\mathbf{r} = \frac{1}{2}(\mathbf{v} + \mathbf{v}_0)\Delta t$; $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$; $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta r$

($\mathbf{a}$ = constante)

$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$; $F_c = m\, v^2/r$;

$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \int_i^f \mathrm{F} \cdot ds$; $W_c = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$; $\mathbf{R}_{cm} = \sum m_i \mathbf{r}_i / \sum m_i$

Col. elástica: $v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$

$\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$; $\Sigma\tau = I\alpha$; $I = \Sigma m_i r_i^2$; $a_t = \alpha r$; $v_t = \omega r$; $I_p = I_{cm} + Md^2$

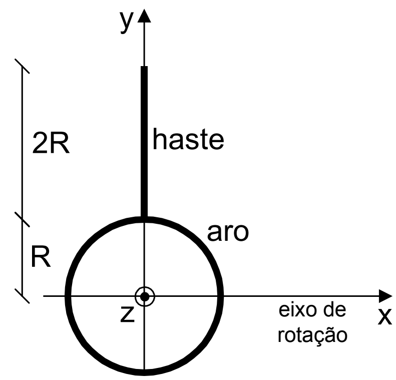
sen 30° = 1/2; cos 30° = $\sqrt{3}/2$; sen 60° = $\sqrt{3}/2$; cos 60° = 1/2

A duração da prova é de 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 2 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 2,0 pontos) Uma escultura é composta por um aro de massa M e raio R ligado a uma haste fina de massa M e comprimento L = 2R como mostra a figura. A escultura está alinhada na direção do eixo y e pode girar em torno de um diâmetro do aro localizado sobre o eixo x. A respostas devem ser dadas em termos dos dados do problema: M, R e da aceleração da gravidade g, utilizando o sistema de coordenadas indicado.



a) Determine o vetor posição centro de massa da escultura.

$x_{cm} = 0$; $y_{cm} = (M\,0 + M\,2R) / 2M = R$

$\boxed{\mathbf{R}_{cm} = R\,\mathbf{j}}$

b) Determine o momento de inércia rotacional da escultura em relação ao eixo x.

$I_{aro,diâmetro} = MR^2/2$; $I_{haste,x} = I_{haste,cm} + M\,(2R)^2 = M\,(2R)^2/12 + M\,(2R)^2$

$\boxed{I_x = 4{,}83\ MR^2}$

$I_{escultura,x} = I_{aro,diâmetro} + I_{haste,x}$
$= (1/2 + 4/12 + 4)\ MR^2 = 58/12\ MR^2 = 29/6\ MR^2 = 4{,}83\ MR^2$

c) Supondo que, quando solta, a escultura gire partindo do repouso, determine o módulo da sua velocidade angular quando ela passa pelo eixo z positivo (plano y=0).

$\boxed{\omega = 0{,}91\ (g/R)^{1/2}}$

sem atrito => $\Delta K + \Delta U_g = 0 \Rightarrow 1/2\ I_{escultura,x}\ \omega^2 + 2M\,g\,\Delta y_{cm} = 0$

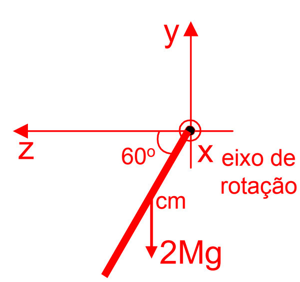
$1/2\ 29/6\ MR^2\ \omega^2 = 2\,M\,g\,R \Rightarrow \omega^2 = 24/29\ g/R \Rightarrow \omega = (24/29\ g/R)^{1/2}$

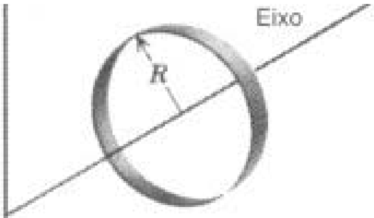
d) Calcule o vetor torque produzido pela força da gravidade, em relação à origem do eixo x, quando a escultura estiver 60° abaixo do eixo z positivo.

$\boxed{\tau = MgR\ \mathbf{i}}$

$\tau = [\,R_{cm} \cos(60^\circ)\,(\mathbf{k}) + R_{cm}\,\mathrm{sen}\,(60^\circ)\,(-\mathbf{j})\,] \times 2Mg\,(-\mathbf{j})$

$\tau = R\cos(60^\circ)\,(\mathbf{k}) \times 2Mg\,(-\mathbf{j}) = MgR\ \mathbf{i}$

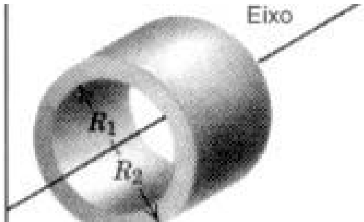




Aro, em torno do eixo do cilindro

$I = MR^2$

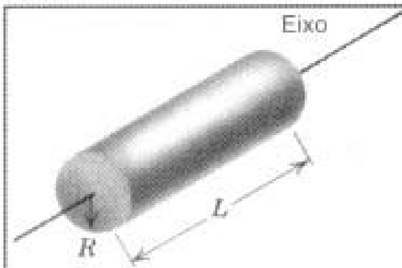
(a)



Cilindro anular (ou anel), em torno do eixo do cilindro

$I = \frac{M}{2}(R_1^2 + R_2^2)$

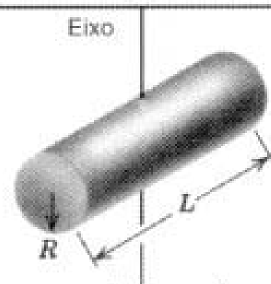
(b)



Cilindro maciço (ou disco), em torno do eixo do cilindro

$I = \frac{MR^2}{2}$

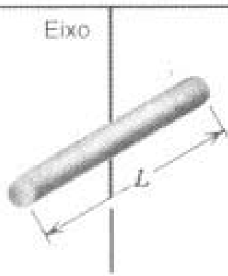
(c)



Cilindro maciço (ou disco), em torno do diâmetro central

$I = \frac{MR^2}{4} + \frac{ML^2}{12}$

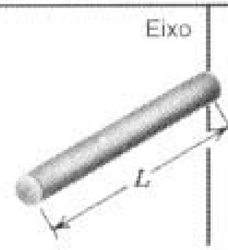
(d)



Haste fina, em torno do eixo que passa pelo centro, ⊥ ao comprimento,

$I = \frac{ML^2}{12}$

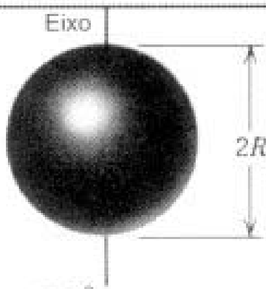
(e)



Haste fina, em torno de um eixo que passa por uma extremidade, ⊥ ao comprimento

$I = \frac{ML^2}{3}$

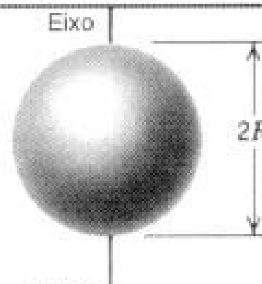
(f)



Esfera sólida, em torno de qualquer diâmetro

$I = \frac{2MR^2}{5}$

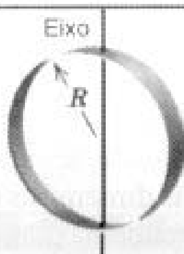
(g)



Esfera oca e fina, em torno de qualquer diâmetro

$I = \frac{2MR^2}{3}$

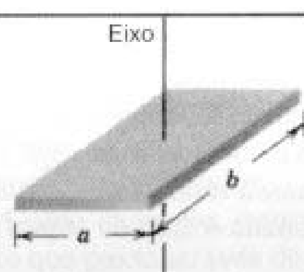
(h)



Aro, em torno de qualquer diâmetro

$I = \frac{MR^2}{2}$

(i)



Lâmina retangular, em torno de um eixo ⊥ que passa pelo seu centro

$I = \frac{M(a^2 + b^2)}{12}$

(j)