PROVA G3.2 FIS 1004 – 21/06/2006

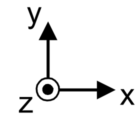
MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: Gabarito ______________________________ Nº:__________

TURMA:________

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
2	2,0	2,0	
3	2,0	2,0	
4	3,0	3,0	
Total	7,0	7,0	

Sistema de coordenadas



Dados:

$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a}t$; $\Delta\mathbf{r} = ½(\mathbf{v} + \mathbf{v}_0)\Delta t$; $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t + ½\mathbf{a}t^2$; $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta r$

($\mathbf{a}$ = constante)

$\Sigma\,\mathbf{F} = m\mathbf{a}$; $F_c = m\,v^2/r$;

$K = ½\,m\,v^2$; $W_c = -\Delta U$; $W_{mola} = ½\,k\,x_i^2 - ½\,k\,x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{P}/\Delta t$; $\sum\mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum\mathbf{p}_i$; $M\mathbf{r}_{cm} = \sum m_i\,\mathbf{r}_i$

$\tau = \mathbf{r}\times\mathbf{F}$; $\Sigma\tau = I\alpha$; $I = \Sigma\,m_i r_i^2$; $a_t = \alpha r$; $v_t = \omega r$; $I_p = I_{cm} + Md^2$

$I_{cm} = \beta\,MR^2$ $\beta_{aro} = 1$; $\beta_{cilindro/disco} = 1/2$; $\beta_{esfera} = 2/5$; $\beta_{haste} = 1/12$

$\mathbf{L} = \mathbf{r}\times\mathbf{p}$; $\Sigma\tau_{ext} = d\mathbf{L}/dt$

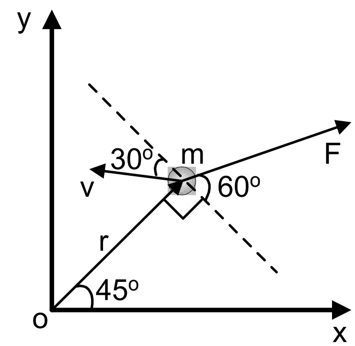
sen 30° = 1/2; cos 30° = √3/2; sen 60° = √3/2; cos 60° = 1/2

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(2ª questão: 2,0 pontos) Num dado instante, uma partícula de massa m = 100 g tem sua posição dada pelo vetor **r**. Neste instante, a velocidade da partícula é **v** e sobre ela atua uma força **F**, como mostra a figura. Todos os vetores encontram-se no plano xy e seus módulos são r = 2,00 m, v = 1,73 m/s e F = 3,46 N. Neste instante e em relação à origem O, determine:



(1,0) a) o vetor momento angular da partícula;

$L_o = r\, m\, v \cos 30^o = 0{,}300 \text{ kg m}^2/\text{s}$

Pela regra da mão direita $L_o = L_o\, \mathbf{k}$

$\boxed{\mathbf{L_o} = 0{,}300 \text{ kg m}^2/\text{s}\ \mathbf{k}}$

(1,0) b) o vetor torque que atua sobre ela.

$\tau_o = r\, F \cos 60^o = 3{,}46 \text{ N m}$

Pela regra da mão direita $\tau_o = \tau_o\, (-\mathbf{k})$

$\boxed{\tau_o = 3{,}46 \text{ N m } (-\mathbf{k})}$

(2,0) **(3ª questão: 2,0 pontos)** Um cilindro sólido e homogêneo e uma esfera sólida e homogênea, ambos de raio R e massa M, encontram-se em repouso com seus centros de massa no ponto mais alto de um plano inclinado, que faz um ângulo θ com a horizontal. Os dois objetos são feitos do mesmo material, de modo que o coeficiente de atrito estático entre eles e o plano inclinado é μ_e. Ambos começam a descida no mesmo instante, rolando sem deslizar. Quando o centro de massa da esfera percorrer uma distância S, terminando a descida, o cilindro ainda se encontrará no plano inclinado, com seu centro de massa distando 1,2 m do centro de massa da esfera.

Calcule a distância percorrida pelo centro de massa da esfera ao longo do plano inclinado. (dica: calcule a aceleração do centro de massa de cada corpo)

$\boxed{S = 18 \text{ m}}$

$Mg \text{ sen } \theta - f_{at} = m\, a_{cm}$

$f_{at} R = I \alpha; \quad a_{cm} = \alpha R$

$a_{cm} = g \text{ sen } \theta / (1 + I/MR^2)$ para o caso da esfera $I = 2/5\, MR^2 \Rightarrow a_{cm,esf} = 5/7\, g \text{ sen } \theta$

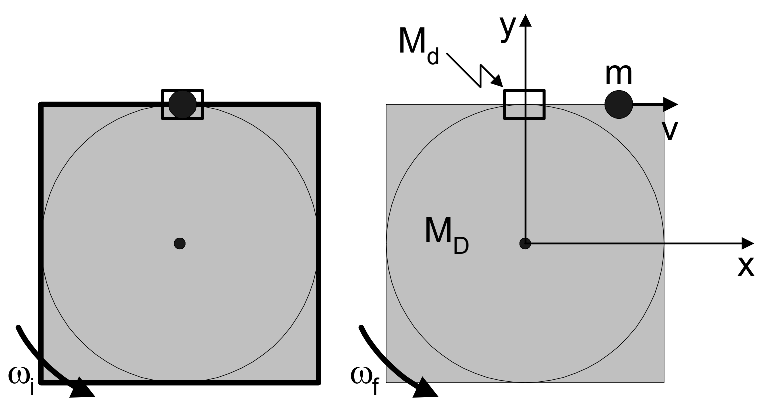
para o caso do cilindro $I = 1/2\, MR^2 \Rightarrow a_{cm,cil} = 2/3\, g \text{ sen } \theta$

esfera => $S = 1/2\, a_{cm,esf}\, t^2$ (1)

cilindro => $(S - 1{,}2) = 1/2\, a_{cm,cil}\, t^2$ (2)

(2) / (1) => $(S - 1{,}2) / S = 2/3\ 7/5$ => $S = (1 - 14/15)\ 1{,}2 = 18$ m

(4ª questão: 3,0 pontos) Um disco plano homogêneo de massa $M_D = M$ e raio R encontra-se sobre uma mesa horizontal e tem fixo em sua borda um pequeno dispositivo de massa $M_d = M / 10$ cujo momento de inércia em relação a seu próprio centro de massa é $I_d = M_d\, r^2$ onde r = 2R. Este dispositivo tem em seu interior uma partícula de massa m. Note que o valor de I_d é dado levando em conta apenas a massa M_d e não a massa m da partícula. O sistema gira com velocidade angular ω_i no sentido anti-horário em torno de um eixo vertical fixo localizado no seu centro. Quando o dispositivo passa pelo eixo y, lança a partícula para a direita, tangencialmente à borda do disco, com velocidade linear v em relação à mesa. Todos os atritos são desprezíveis.



(1,0) a) Calcule o momento de inércia do sistema antes do lançamento da partícula em relação ao eixo de rotação do disco.

$\boxed{I = (M + m)\, R^2}$

$I = I_D + (I_d + M_d\, R^2) + mR^2$

$I = 1/2\, MR^2 + M/10\ 4R^2 + M/10\ R^2 + mR^2 = (M + m)\, R^2$

(1,0) b) Calcule o vetor momento angular da partícula logo após seu lançamento em relação ao centro do disco.

$\boxed{\mathbf{L} = R\, m\, v\, (-\mathbf{k})}$

$L = R\, m\, v$

Pela regra da mão direita $\mathbf{L} = L\,(-\mathbf{k})$

(1,0) c) Calcule a velocidade angular do disco logo após o lançamento da partícula.

$\boxed{\omega_f = \omega_i + m/M\, \omega_i + m/MR\, v}$

Não há torques externos: $L_a = L_d$

$L_a = I\, \omega_i = (M + m)\, R^2\, \omega_i$

$L_d = [(M + m)\, R^2 - mR^2]\, \omega_f - R\, m\, v = M\, R^2\, \omega_f - R\, m\, v$

$\omega_f = \omega_i + m/M\, \omega_i + m/MR\, v$