Solução da 2ª parte do P4 de MAT1158, 2009.1

2 Seja $f(x)=\int_0^x \frac{t^2-1}{t^6+2t^2+1}dt$ Ache os intervalos onde f é crescente e os intervalos onde f é decrescente.

Como $f'(x)=\frac{x^2-1}{x^6+2x^2+1}$, então basta ver onde f´(x) >0 e onde f´(x)<0.
Ora o denominador é sempre positivo, logo o sinal é o do numerador, isto é, f´(x)>0 se x>1 ou x<-1 e f´(x)<0 se -1<x<1.
Então f é decrescente em (-1,1) e é crescente em (-infinito,-1) e em (1,+infinito).

3. Calcule o limite de $x^2e^x$ quando x vai a menos infinito.
Para facilitar, vamos mudar de variável, fazendo u=-x, então devemos calcular o limite de $u^2e^{-u}$ quando u vai ao infinito, ou seja lim ($u^2/e^u$). Agora temos um quociente de duas funções que vão ao infinito, e podems aplicar a regra de L´hôpital, derivando numerador e denominador: temos lim ($2u/e^u$) e de novo temos uma fração com numerador e denominador indo ao infinito. Aplicando a regra mais uma vez: temos lim $2/e^u$= zero.

4.a)lcule $\int \frac{t+1}{t^2+2t+1}dt$ O denominador é o quadrado do numerador, logo,

fica $\int \frac{1}{t+1}dt = Ln(|t+1|)+C$

b)calcule $f(x)=\int_0^{x/4} x\,sen(x)dx$ Integra-se por partes, fazendo u=x e

dv=sen(x)dx . Logo du=dx , v=-cos(x) e a integral fica uv-∫vdu , ou seja,

$\left[-x\cos(x)\right]_0^{\pi/4} + \int_0^{x/4}\cos(x)dx$ = -(π√2)/8+ (sen(π/4)-sen(0))= -(π√2)/8 +(√2)/2.

5.Uma solução de glicose é administrada por vie endovenosa na corrente sanguínea a uma taxa constante r. A medida que a glicose é adicionada ela é convertida em outras substancias e removida da corrente sanguínea a uma taxa proporcional à concentração naquele instante. Um modelo para a concentração y(t) de glicose no sangue é então dy/dt = r-ky. , sendo k uma constante positiva. Seja $y_0$ a concentração inicial e podemos supor $y_0$<r/k.

a) Determine a concentração y num tempo qualquer t.

b) calculo o limite de y(t) quando t vai ao infinito.

Para o item a devemos resolver a equação diferencial, que é de variáveis separáveis, logo pode ser escrita como dy/(r-ky) = dt  Isto supõe que r-ky não é zero, ou seja estamos desconsiderando a solução constante y=r/k. Uma figura simples, mostra que para uma dada solução, ou y é sempre menor que r/k, ou é sempre igual a r/k, ou é sempre maior que r/k.  Como supomos $y_0$<r/k, vamos ter sempre y<r/k, ou seja r-ky>0.

. Antes de integrar dos dois lados, multiplicamos por –k. Integrando dos dois lados , vem Ln(|r-ky|)= -kt +C, ou Ln(r-ky)= -kt+C , ou seja r-ky= $e^{-kt+C}$, que pode ser escrito como y= r/k- $De^{-kt}$ , sendo D uma constante positiva. Fazendo t=0, obtemos $y_0$= r/k –D, ou seja D=r/k-$y_0$. Então y= r/k-(r/k-$y_0$)$e^{-kt}$.

b) no limite, $e^{-kt}$ vai a zero e o limite é r/k. Ou seja, Não importa a concentração inicial, a concentração de glicose vai a r/k.