P1 de Cálculo II
MAT 1163 — 2011.2
5 de setembro de 2011

Nome: ______________________________

Assinatura: ______________________________

Matrícula: ______________________________ Turma: ______________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	2.5		
2	2.5		
3.a	0.5		
3.b	1.0		
3.c	1.5		
4.a	1.0		
4.b	1.0		
Total	10.0		

AVISO : Preencha correta e completamente todos os campos acima (nome, matrícula, assinatura e turma). Preenchimento errado ou incompleto destes campos será penalizado com 1 ponto por campo. Provas sem nome terão nota ZERO.

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **Não serão aceitas respostas sem justificativa.**
- **Não destaque as folhas da prova.**
- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Seja $z = \dfrac{f(x-y)}{y}$, $(y \neq 0)$ onde f é uma função real de uma variável, diferenciável. Verifique que vale a seguinte equação:

$$z + y\,\frac{\partial z}{\partial x} + y\,\frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

(sugestão: use a regra da cadeia).

Solução:

Questão 2

Considere a curva parametrizada $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \operatorname{sen} t, e^t)$, para $t \in \mathbb{R}$.

(a) Calcule o comprimento de arco desta curva entre os pontos $(1, 0, 1)$ e $(0, e^{\pi/2}, e^{\pi/2})$.

(b) Suponha que a curva acima descreve o movimento de uma partícula do instante $t = 0$ até o instante $t = \pi/2$, sendo que nesse último instante a partícula escapa pela tangente. Determine a distância total percorrida pela partícula do instante $t = 0$ ao instante $t = \pi$.

Solução:

Questão 3

Considere a integral

$$\iint\limits_R (x-y)^2 \operatorname{sen}^2(x+y)\,dx\,dy,$$

onde R é o paralelogramo de vértices $(0,\pi)$, $(\pi,0)$, $(\pi,2\pi)$ e $(2\pi,\pi)$.

(a) Escolha uma mudança de variáveis $(x,y) = T(u,v)$ apropriada.

(b) Esboce cuidadosamente a região de integração R^* nas novas variáveis.

(c) Calcule a integral.

(Obs: $\operatorname{sen}^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$)

Solução:

Questão 4

Sobre as afirmações seguintes, decidir se são verdadeiras ou falsas (respostas sem justificativas não serão consideradas).

(a) $\int_C (x+y)ds = \sqrt{2}+1$, onde C é o caminho triangular de vértices $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,1)$, percorrido no sentido anti-horário.

(b) A função vetorial $F(x,y) = (\dfrac{x^4+y^4}{x}, \operatorname{sen} x + \cos y)$ (para $x \neq 0$) é inversível localmente numa vizinhança de (π,π).

Solução: