

# ENG1200 – Mecânica Geral – Semestre 2013.2

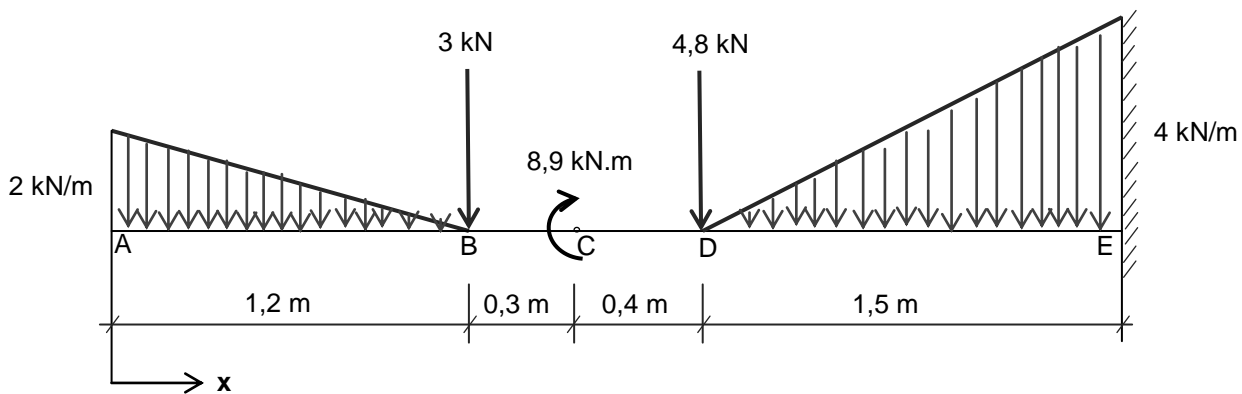
## Lista de Exercícios 5 - Força Cortante e Momento Fletor em Vigas

### Questão 1 – Prova P2 – 2013.1

Calcular as reações de apoio, determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas da força cortante  $V(x)$  e do momento fletor  $M(x)$  da viga da figura. Não altere a origem do eixo  $x$ . Os diagramas  $V(x)$  e  $M(x)$  devem estar desenhados imediatamente abaixo da viga.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



Respostas:

Reações de apoio (engastamento E)

$$E_x = 0 \quad E_y = 12 \text{ kN} \quad M_E = 10 \text{ kN.m} \quad \cup$$

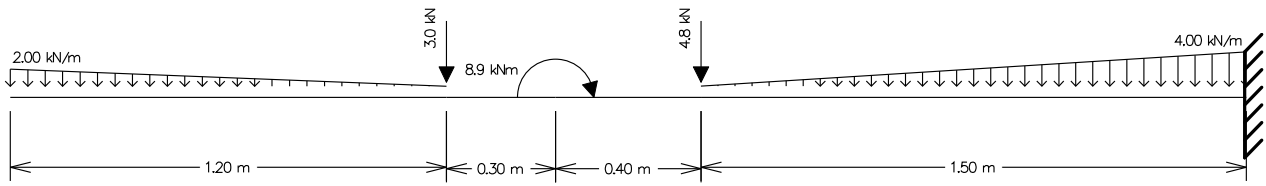
Equações  $V(x)$  e  $M(x)$

Intervalo	$0 < x < 1,2\text{m}$	$1,2\text{m} < x < 1,5\text{m}$	$1,5\text{m} < x < 1,9\text{m}$	$1,9\text{m} < x < 3,4\text{m}$
V (kN)	$V = \frac{x^2}{1,2} - 2x$	$V = -4,2$	$V = -4,2$	$V \approx -1,33x^2 + 5,06x - 13,81$
M (kN.m)	$M = \frac{x^3}{3,6} - x^2$	$M = -4,2x + 4,08$	$M = -4,2x + 12,98$	$M \approx -0,44x^3 + 2,53x^2 - 13,81x + 25,15$

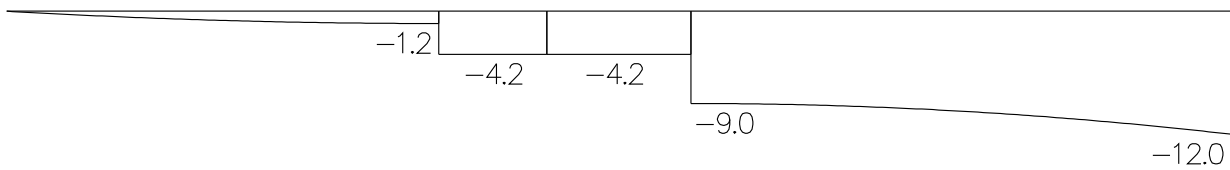
Valores nas extremidades dos intervalos

x (m)	$0^+$	$1,2^-$	$1,2^+$	$1,5^-$	$1,5^+$	$1,9^-$	$1,9^+$	$3,4^-$
V (kN)	0	-1,2	-4,2	-4,2	-4,2	-4,2	-9	-12
M (kN.m)	0	-0,96	-0,96	-2,22	6,68	5	5	-10

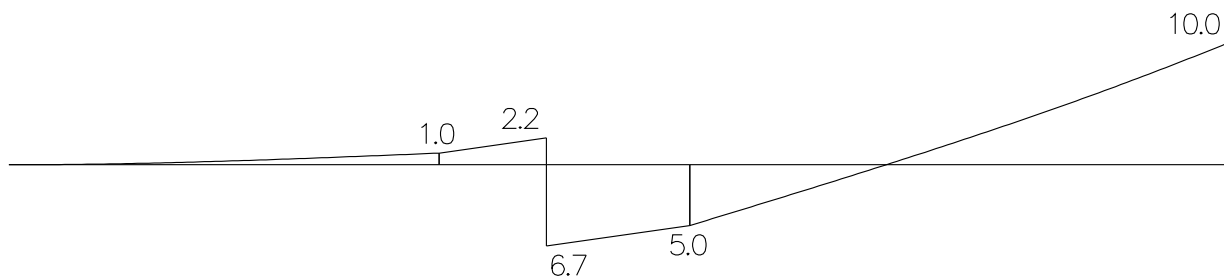
## Diagramas



V (kN)



M (kN.m)

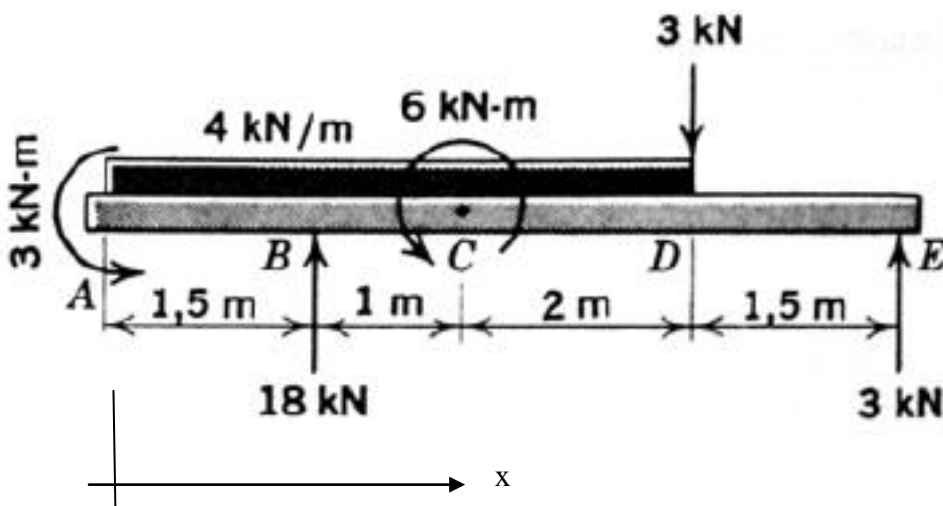


### Questão 2 – P2 - 2012.2

Determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas da força cortante  $V(x)$  e do momento fletor  $M(x)$  da viga da figura. Não altere a origem do eixo  $x$ . O carregamento distribuído de  $4 \text{ kN/m}$  está orientado verticalmente para baixo. As reações verticais nos apoios são  $B_y = 18 \text{ kN}$  e  $E_y = 3 \text{ kN}$ , conforme mostrado na figura.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



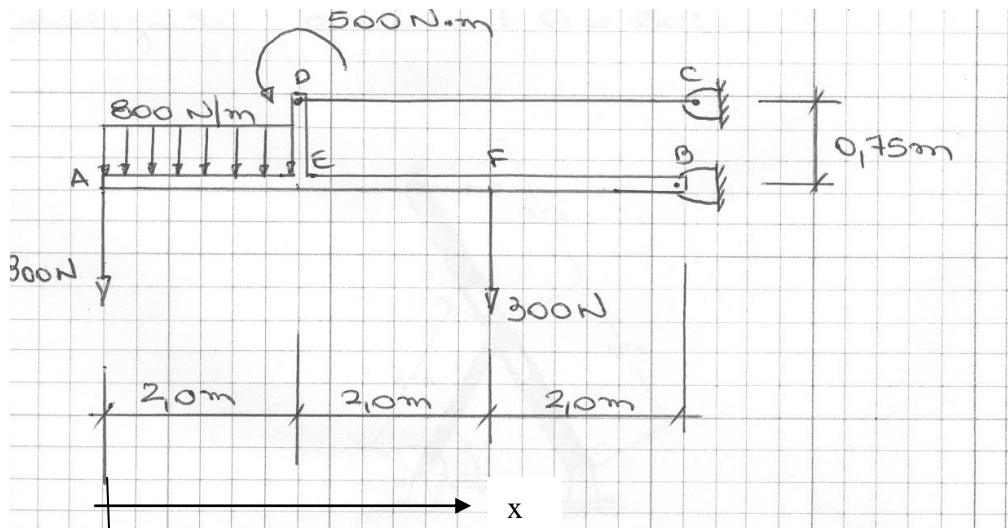
Respostas:

Intervalo	V(x)	M(x)
$0 < x < 1,5\text{m}$	$V = -4x$	$M = -2x^2 - 3$
$1,5\text{m} < x < 2,5\text{m}$	$V = -4x + 18$	$M = -2x^2 + 18x - 30$
$2,5\text{m} < x < 4,5\text{m}$	$V = -4x + 18$	$M = -2x^2 + 18x - 36$
$4,5\text{m} < x < 6\text{m}$	$V = -3$	$M = -3x + 18$

### Questão 3 – P4 - 2012.2

Calcular as reações de apoio e determinar as equações e traçar os diagramas de força cortante V(x) e momento fletor M(x) ao longo da viga AB mostrada na figura. Não alterar a origem do eixo x. Considerar DC caso flexível sem peso.

$$\frac{dV}{dx} = -q(x) \quad \frac{dM}{dx} = V(x)$$



Respostas:  $C_x = -B_x = 14533,33 \text{ N}$     $B_y = 2200 \text{ N}$

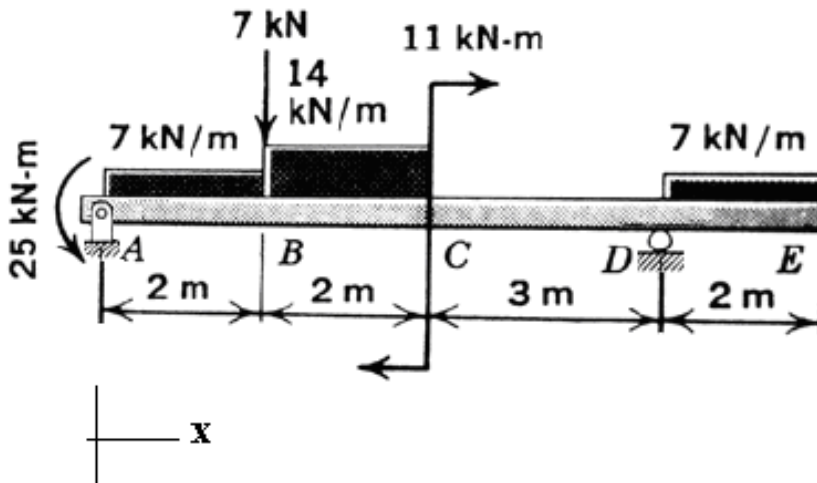
Intervalo	V(x)	M(x)
$0 < x < 2\text{m}$	$V = -800x - 300$	$M = -400x^2 - 300x$
$2\text{m} < x < 4\text{m}$	$V = -1900$	$M = -1900x + 12000$
$4\text{m} < x < 6\text{m}$	$V = -2200$	$M = -2200x + 13200$

**Questão 4 – P2 - 2012.1**

Calcular as reações de apoio, determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas da força cortante  $V(x)$  e do momento fletor  $M(x)$  da viga da figura. Não altere a origem do eixo  $x$ . Os carregamentos distribuídos estão orientados verticalmente para baixo.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



Respostas:  $A_x = 0$     $A_y = 33 \text{ kN}$     $D_y = 30 \text{ kN}$

Intervalo	$V(x)$	$M(x)$
$0 < x < 2\text{m}$	$V = -7x + 33$	$M = -3,5x^2 + 33x - 25$
$2\text{m} < x < 4\text{m}$	$V = -14x + 40$	$M = -7x^2 + 40x - 25$
$4\text{m} < x < 7\text{m}$	$V = -16 \text{ kN}$	$M = -16x + 98$
$7\text{m} < x < 9\text{m}$	$V = -7x + 63$	$M = -3,5x^2 + 63x - 283,5$

**Questão 5 – P2 - 2011.2**

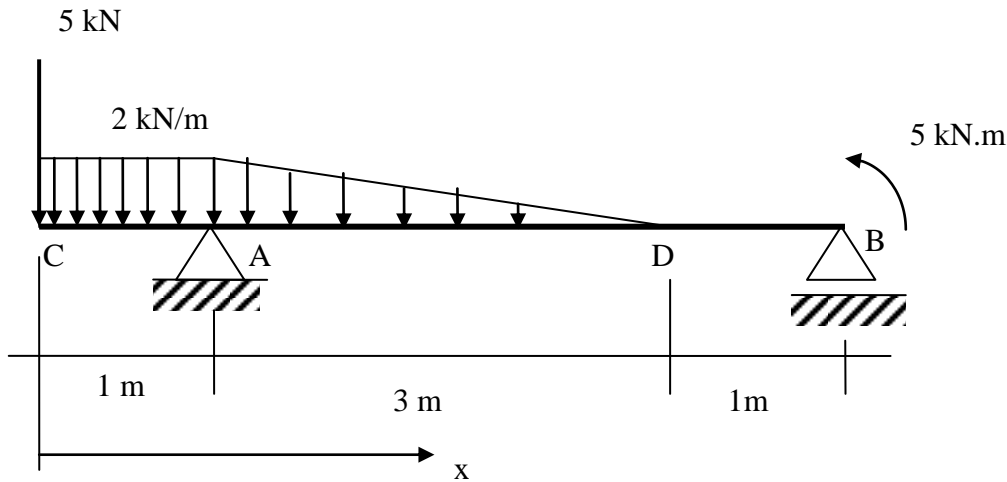
Calcular as reações de apoio e determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo. Não alterar a origem do eixo  $x$ .

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$

Respostas:  $A_x = 0$     $A_y = 12\text{kN} (\uparrow)$     $B_y = 2\text{kN} (\downarrow)$

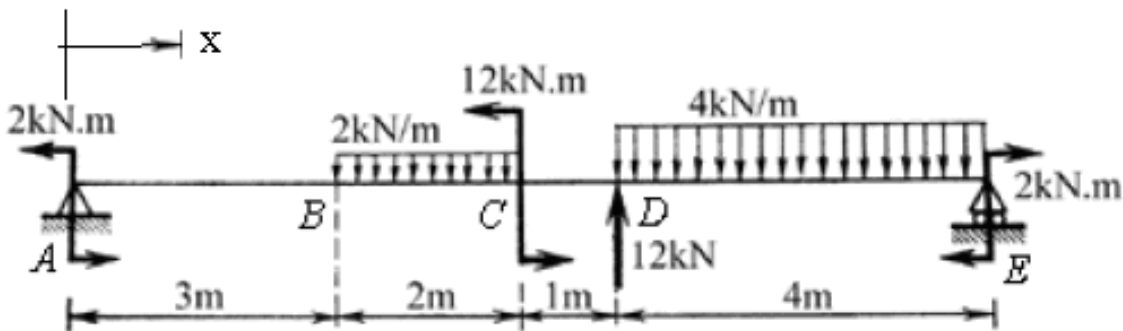
Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 1\text{m}$	$-5-2x$	$-5x - x^2$
$1\text{m} < x < 4\text{m}$	$22/3 - 8x/3 + x^2/3$	$-109/9 + 22x/3 - 4x^2/3 + x^3/9$
$4\text{m} < x < 5\text{m}$	$2$	$-5+2x$



**Questão 6 – P2 - 2011.1**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo. Não alterar a origem do eixo x.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \qquad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



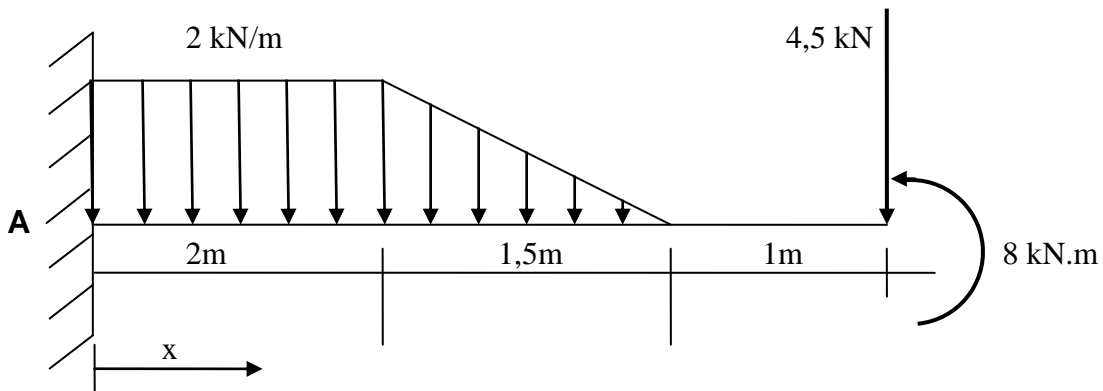
Respostas:  $A_x = 0$       $A_y = 2\text{kN}$       $E_y = 6\text{kN}$

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 3\text{m}$	2	$2x - 2$
$3\text{m} < x < 5\text{m}$	$-2x + 8$	$-x^2 + 8x - 11$
$5\text{m} < x < 6\text{m}$	-2	$-2x + 2$
$6\text{m} < x < 10\text{m}$	$-4x + 34$	$-2x^2 + 34x - 142$

**Questão 7 – P2 - 2010.2**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \qquad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



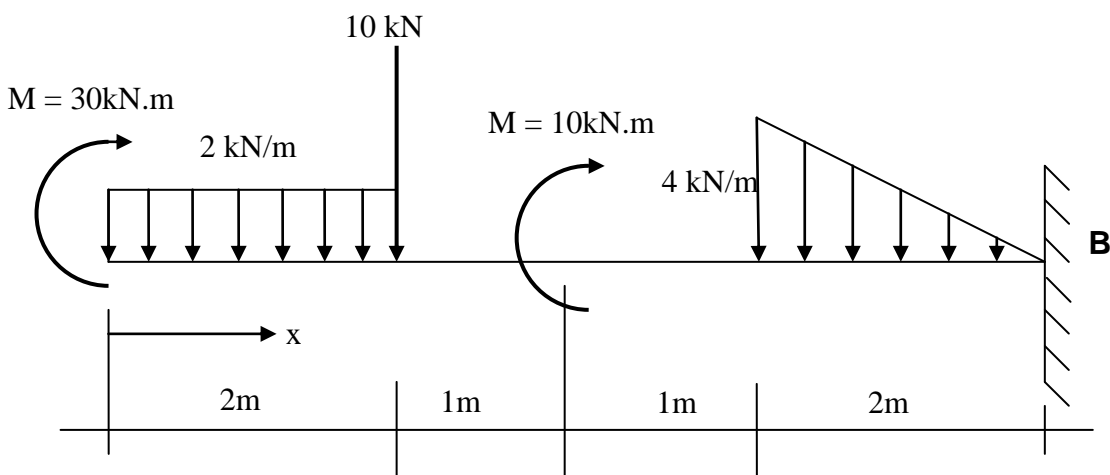
Respostas:  $A_x = 0$      $A_y = 10\text{kN}$      $M_A = 20\text{kN.m}$

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2\text{m}$	$-2x + 10$	$-x^2 + 10x - 20$
$2\text{m} < x < 3,5\text{m}$	$-0,667x^2 - 4,667x + 12,667$	$0,222x^3 - 2,333x^2 + 12,667x - 21,777$
$3,5\text{m} < x < 4,5\text{m}$	4,5	$4,5x - 12,25$

**Questão 8 – P2 - 2010.1**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \qquad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



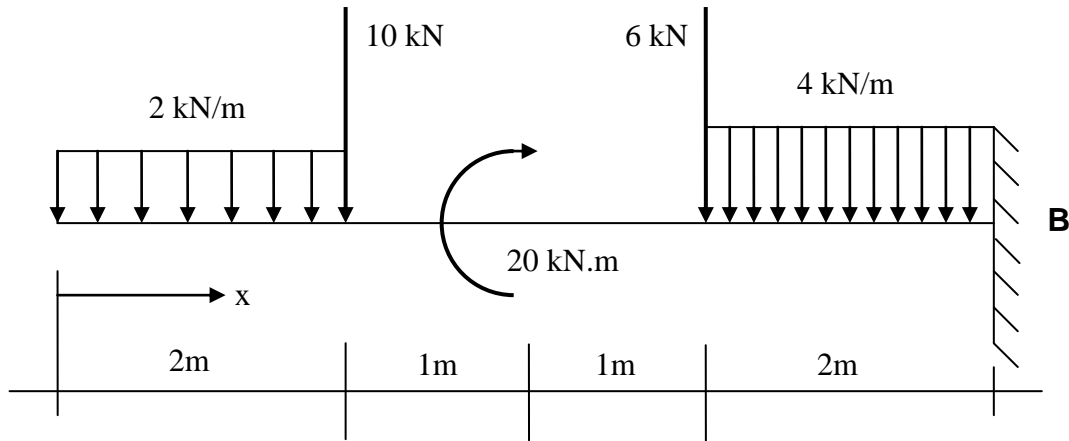
Respostas:  $B_x = 0$      $B_y = 18\text{ kN}$      $M_B = -25,33\text{ kN.m}$

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2\text{m}$	$-2x$	$-x^2 + 30$
$2\text{m} < x < 3\text{m}$	-14	$-14x + 54$
$3\text{m} < x < 4\text{m}$	-14	$-14x + 64$
$4\text{m} < x < 6\text{m}$	$x^2 - 12x + 18$	$x^3/3 - 6x^2 + 18x + 32/3$

**Questão 9 – P2 – 2009.2**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \qquad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



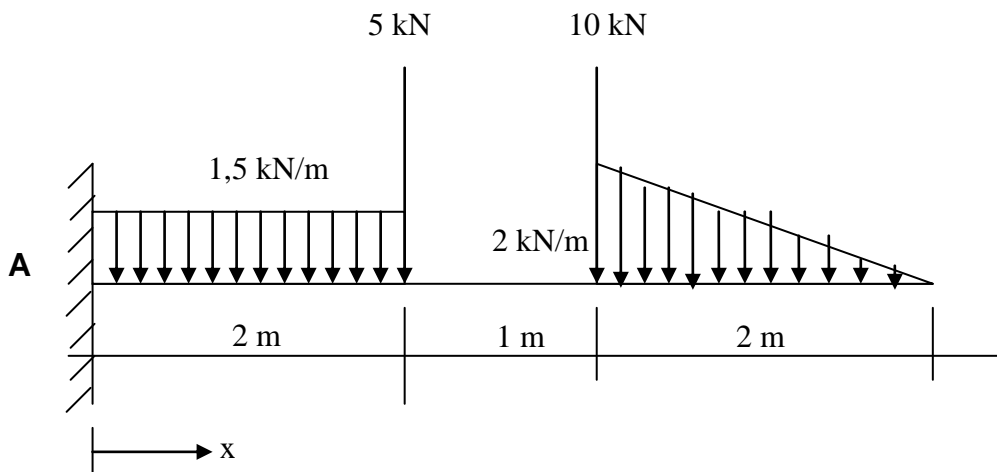
Respostas:  $B_x = 0$     $B_y = 28\text{kN}$     $M_B = -60\text{ kN.m}$

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2\text{m}$	$-2x$	$-x^2$
$2\text{m} < x < 3\text{m}$	$-14$	$-14x + 24$
$3\text{m} < x < 4\text{m}$	$-14$	$-14x + 44$
$4\text{m} < x < 6\text{m}$	$-4x - 4$	$-2x^2 - 4x + 36$

**Questão 10 – P2 - 2009.1**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \qquad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



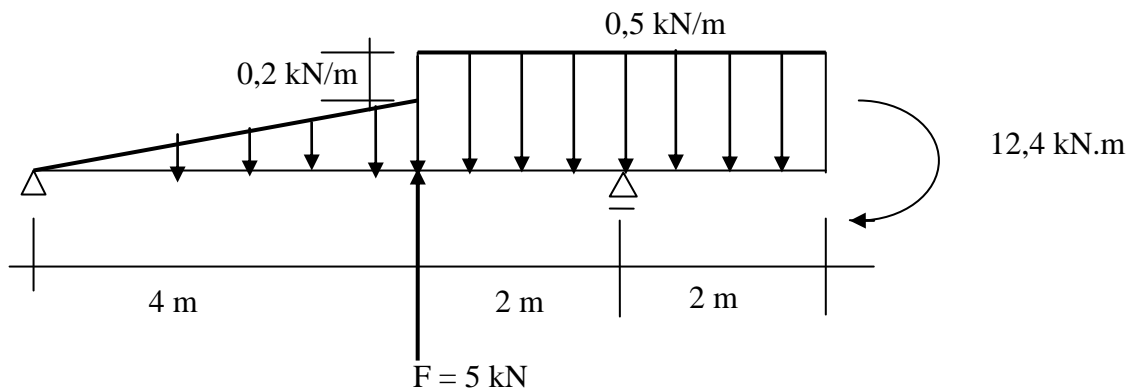
Respostas :  $A_x = 0$     $A_y = 20\text{kN}$     $M_A = 50,33\text{ kN.m}$

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2\text{m}$	$-1,5x + 20$	$-0,75x^2 + 20x - 50,33$
$2\text{m} < x < 3\text{m}$	12	$12x - 37,33$
$3\text{m} < x < 5\text{m}$	$x^2/2 - 5x + 12,5$	$x^3/6 - 2,5x^2 + 12,5x - 20,83$

### Questão 11 – P2 - 2008.2

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões matemáticas e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \quad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



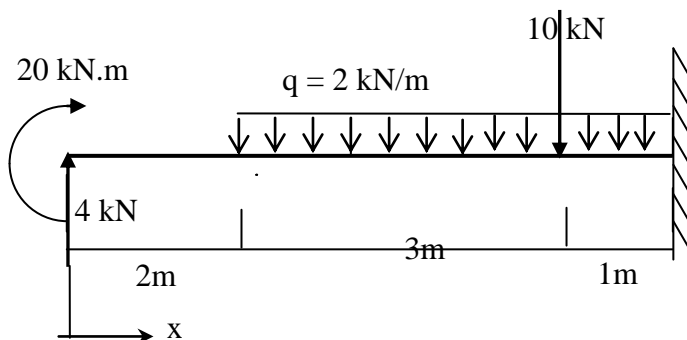
Respostas:

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 4\text{m}$	$-0,3x^2/8 - 3,4$	$-0,3x^3/24 - 3,4x$
$4\text{m} < x < 6\text{m}$	$-0,5x + 3$	$-0,25x^2 + 3x - 22,4$
$6\text{m} < x < 8\text{m}$	$-0,5x + 4$	$-0,25x^2 + 4x - 28,4$

### Questão 12 – P2 - 2008.1

Determinar as equações e traçar os diagramas de força cortante (V) e momento fletor (M) para a viga abaixo.

$$\frac{dV}{dx} = -q \quad \frac{dM}{dx} = V$$



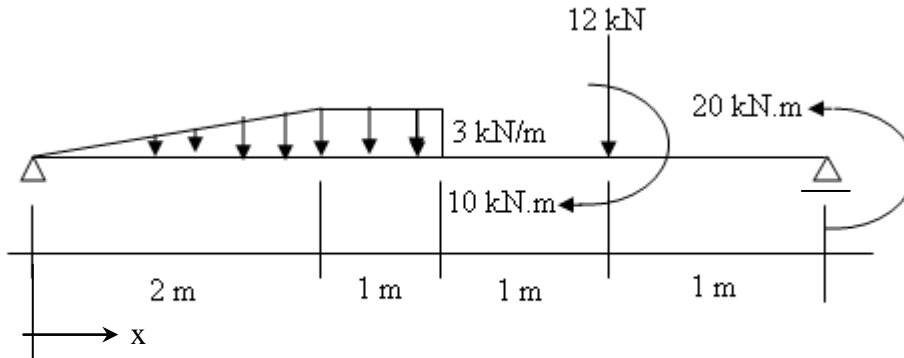


Respostas

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2\text{m}$	4	$4x + 20$
$2\text{m} < x < 5\text{m}$	$-2x + 8$	$-x^2 + 8x + 16$
$5\text{m} < x < 6\text{m}$	$-2x - 2$	$-x^2 - 2x + 66$

**Questão 13 – P2 – 2007.2**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.

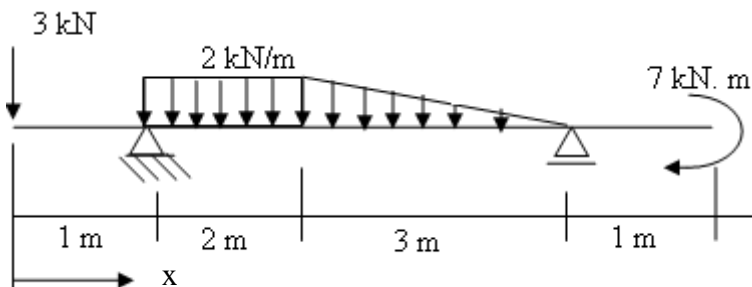


Respostas

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2\text{m}$	$-0,75x^2 + 8,1$	$-0,25x^3 + 8,1x$
$2\text{m} < x < 3\text{m}$	$-3x + 11,1$	$-1,5x^2 + 11,1x - 2$
$3\text{m} < x < 4\text{m}$	2,1	$2,1x + 11,5$
$4\text{m} < x < 5\text{m}$	-9,9	$-9,9x + 69,5$

**Questão 14 – P2 – 2007.2**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.



Respostas:

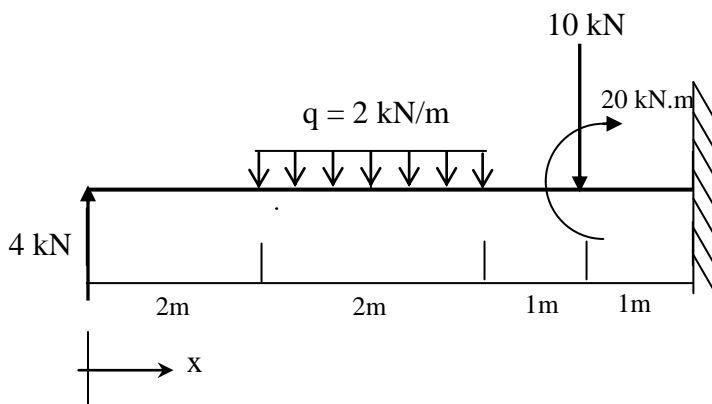
Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 1\text{m}$	-3	$-3x$
$1\text{m} < x < 3\text{m}$	$-2x + 5,6$	$-x^2 + 5,6x - 7,6$
$3\text{m} < x < 6\text{m}$	$x^2/3 - 4x + 8,6$	$x^3/9 - 2x^2 + 8,6x - 10,6$
$6\text{m} < x < 7\text{m}$	0	-7

**Questão 12 – P2 – 2007.2**

**Questão 15 – P2 – 2006.1**

Determinar as equações e traçar os diagramas de força cortante (V) e momento fletor (M) para a viga abaixo.

$$\frac{dV}{dx} = -q \quad \frac{dM}{dx} = V$$



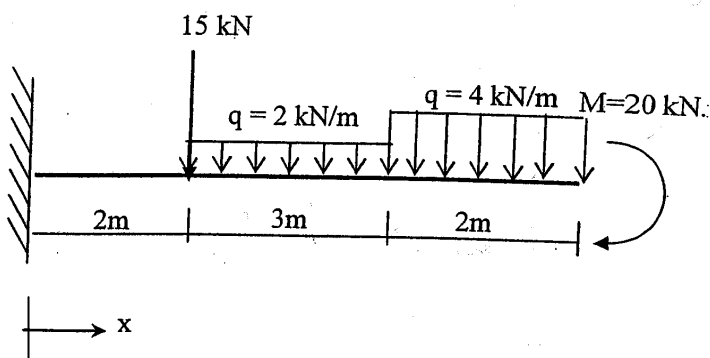
Respostas

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2m$	4	$4x$
$2m < x < 4m$	$-2x + 8$	$-x^2 + 8x - 4$
$4m < x < 5m$	0	12
$5m < x < 6m$	-10	$-10x + 82$

**Questão 16 – P2 – 2005.2**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \quad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$

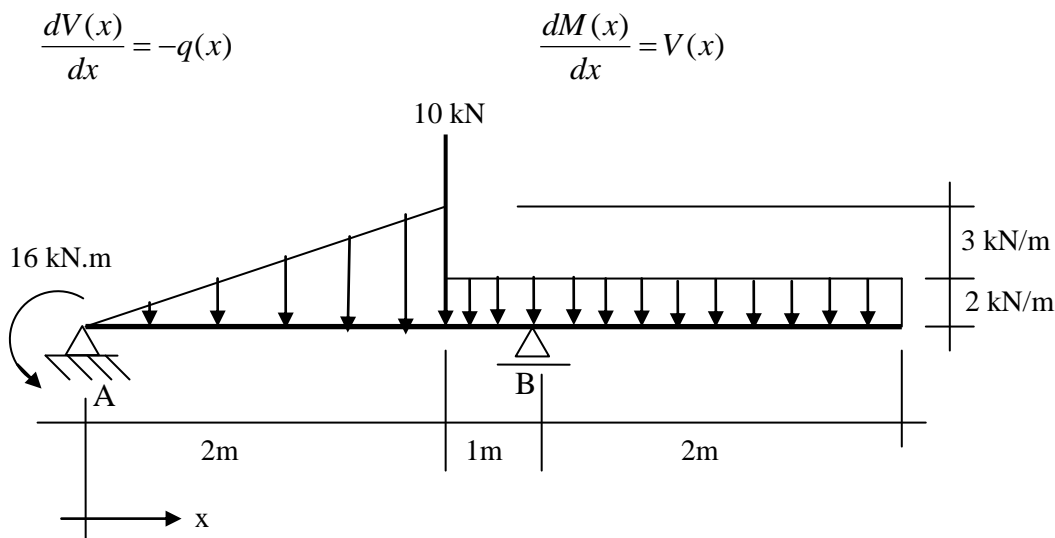


Respostas

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2m$	29	$29x - 119$
$2m < x < 5m$	$-2x + 18$	$-x^2 + 18x - 93$
$5m < x < 7m$	$-4x + 28$	$-2x^2 + 28x - 118$

**Questão 17 – P2 – 2005.1**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.



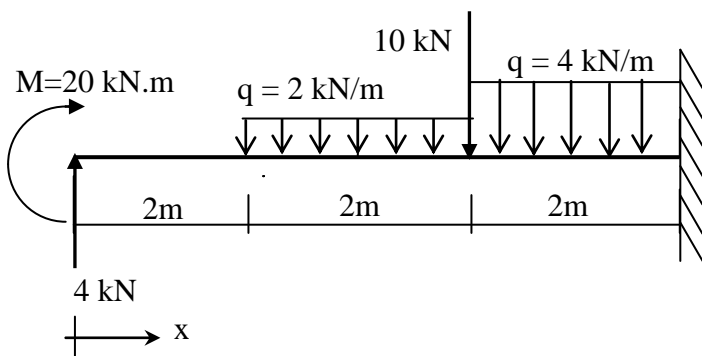
Respostas

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2m$	$-5x^2/4 + 10,45$	$-5x^3/12 + 10,45x - 16$
$2m < x < 3m$	$-2x - 0,55$	$-x^2 - 0,55x + 6,65$
$3m < x < 5m$	$-2x + 10$	$-x^2 + 10x - 25$

**Questão 18 – P2 – 2003.2**

Calcular as reações de apoio e em seguida determinar as expressões e traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor da viga abaixo.

$$\frac{dV(x)}{dx} = -q(x) \qquad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$



Respostas

Intervalo	Força Cortante (kN)	Momento Fletor (kN.m)
$0 < x < 2m$	4	$4x + 20$
$2m < x < 4m$	$-2x + 8$	$-x^2 + 8x + 16$
$4m < x < 6m$	$-4x + 6$	$-2x^2 + 6x + 40$