P4 de Cálculo II
MAT 1163 — 2011.1
17 de junho de 2011

PUC RIO

Nome: ____________________

Assinatura: ____________________

Matrícula: ____________________ Turma: ____________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	2.5		
2.a	1.5		
2.b	1.0		
3	2.5		
4	2.5		
Total	10.0		

AVISO : Preencha correta e completamente todos os campos acima (nome, matrícula, assinatura e turma). Preenchimento errado ou incompleto destes campos será penalizado com 1 ponto por campo. Provas sem nome terão nota ZERO.

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **Não serão aceitas respostas sem justificativa.**
- **Não destaque as folhas da prova.**
- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Seja $u(x, y) = f(xy)$, onde $f(t)$ é uma função real de uma variável, diferenciável. Verifique que vale a seguinte equação:

$$x \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

(sugestão: use a regra da cadeia para achar $\nabla u(x, y)$).

Solução:

Questão 2

Considere o campo vetorial $\mathbf{F}(x, y) = (e^x + 2xy, x^2)$ para $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

(a) Decida, *sem tentar achar um potencial*, se este campo é conservativo ou não. Em caso afirmativo, ache um potencial por um cálculo sistemático (ou seja, tentativa e erro *não será aceito*).

(b) Calcule

$$\oint\limits_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

onde C é a curva de equação cartesiana $y = x^3 e^{x-1}$, para $0 \leq x \leq 1$, percorrida de $(0, 0)$ a $(1, 1)$.

Solução:

Questão 3

Seja S a metade superior da superfície do elipsóide de equação $x^2 + y^2 + (z^2/9) = 1$, orientada com vetores normais unitários para cima. Calcule

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dS,$$

onde $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^3, y^4, z^3 \operatorname{sen}(xy))$.

(Sugestão: substitua S por uma superfície mais simples com a mesma fronteira).

<u>Solução:</u>

Questão 4

Verifique o Teorema da Divergência para o campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, y^2, z^2)$ e para o cubo cujas faces são dadas pelas equações $x = a, x = 0, y = a, y = 0, z = a, z = 0$ (onde $a > 0$, fixo).

Solução: