P3 de Cálculo II
MAT 1163 — 2011.1
9 de junho de 2011

Nome: ____________________

Assinatura: ____________________

Matrícula: ____________________ Turma: ____________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1.	2.5		
2.a	1.5		
2.b	1.5		
3.	2.5		
4.a	1.0		
4.b	1.0		
Total	10.0		

AVISO : Preenchimento errado ou incompleto dos campos acima (nome, matrícula, assinatura e turma) será penalizado com 1 ponto por campo. Provas sem nome terão nota ZERO.

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos. Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não serão aceitas respostas sem justificativa.**
- **Não destaque as folhas da prova.**
- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Considere a parte da superfície do parabolóide de equação $z = 4 - x^2 - y^2$ que está localizada acima do plano xOy (i.e., $z \geq 0$). Calcule sua área.

Solução:

Questão 2

Considere a superfície cilíndrica *fechada* S, cuja parte lateral é descrita pela equação $x^2 + y^2 = a^2$ (para certo $a > 0$, fixo) e com bases $z = 0$ e $z = b$ (para certo $b > 0$, fixo). Considere o campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$, para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

(a) Usando (*obrigatóriamente*) o Teorema da Divergência, calcule o fluxo de $\mathbf{F}$ pela superfície S.

(b) Verifique o resultado anterior fazendo o cálculo direto do fluxo pedido.

Solução:

Questão 3

Considere o campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (xy, yz, zx)$, para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Calcule a integral de linha de $\mathbf{F}$ ao longo da curva C que é a fronteira do triângulo obtido ao restringir o plano de equação $x + y + z = 1$ ao primeiro octante ($x \geq 0$, $y \geq 0$ e $z \geq 0$), sendo C percorrida no sentido anti-horário (visto de cima: faça um esboço).

Solução:

Questão 4

Sobre as afirmações seguintes, decidir se são verdadeiras ou falsas (respostas sem justificativas não serão consideradas).

(a) Se S é uma superfície fechada delimitando uma região sólida $E \subset \mathbb{R}^3$ satisfazendo as hipóteses do Teorema da Divergência, então todo campo suave $\mathbf{F}(x, y, z)$ cujo domínio contém E satisfaz

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dS = 0.$$

(b)

$$\oint_C y^3 z^2 dx + 3xy^2 z^2 dy + 2xy^3 z dz = 0$$

onde C é a curva fechada simples $\mathbf{r}(t) = (\text{sen}t, \cos t, \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Solução: