P2 de Cálculo II
MAT 1163 — 2011.1
2 de maio de 2011

Nome: ______________________________

Assinatura: ______________________________

Matrícula: ______________________ Turma: __________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1.a	1.5		
1.b	1.0		
2.a	1.0		
2.b	1.0		
2.c	1.0		
3.a	1.0		
3.b	1.5		
4.a	1.0		
4.b	1.0		
Total	10.0		

AVISO : Preenchimento errado ou incompleto dos campos acima (nome, matrícula, assinatura e turma) será penalizado com 1 ponto por campo. Provas sem nome terão nota ZERO.

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos. Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não serão aceitas respostas sem justificativa.**
- **Não destaque as folhas da prova.**
- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Considere o campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) = (2xye^z, x^2e^z, x^2ye^z + z^2)$ em todo $\mathbb{R}^3$.

(a) Sem achá-los explícitamente, decida se $\mathbf{F}$ tem potencial escalar e/ou potencial vetorial.

(b) Ache um potencial escalar para $\mathbf{F}$. (Neste item NÃO será aceita resposta por tentativa e erro. Você deve achar um potencial através de um cálculo sistemático e verificar o resultado.)

Solução:

Questão 2

Considere a superfície S parametrizada por $\mathbf{r}(u,v) = (u\cos v, u\,\mathrm{sen}\, v, u^2)$, para $u \geq 0$ e $0 \leq v \leq 2\pi$.

(a) Descreva a superfície através de uma equação nas variáveis x, y e z (apenas).

(b) A superfcie S admite plano tangente em todo ponto? Explique.

(c) Ache a equação cartesiana do plano tangente à superfície no ponto $\mathbf{r}(u_0, v_0) = (1, 1, 2)$.

Solução:

Questão 3

Considere a integral dupla

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} xy \, dy dx.$$

(a) Ache um campo $\mathbf{F}(x, y) = (P(x, y), Q(x, y))$ tal que

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = xy.$$

(b) Use o item (a) para calcular a integral acima usando o Teorema de Green.

Solução:

Questão 4

Sobre as afirmações seguintes, decidir se são verdadeiras ou falsas (respostas sem justificativas não serão consideradas).

(a) Seja $\mathbf{F}(x, y, z)$ um campo suave em $\mathbb{R}^3$ para o qual existe um campo escalar suave não-nulo $\varphi(x, y, z)$ tal que o campo $\varphi\mathbf{F}$ é conservativo. Então $\mathbf{F}$ é perpendicular ao seu rotacional em cada ponto.

(b) A equação $xy + z + 3xz^5 = 4$ determina z como função de (x, y) numa vizinhança de $(1, 0, 1)$.

Solução: