P1 de Cálculo II
MAT 1163 — 2011.1
4 de abril de 2011

Nome: ______________________________

Assinatura: ______________________________

Matrícula:______________________ Turma:__________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	2.0		
2	2.0		
3.a	1.5		
3.b	1.0		
3.c	0.5		
4.a	1.5		
4.b	1.5		
Total	10.0		

AVISO : Preencha correta e completamente todos os campos acima (nome, matrícula, assinatura e turma). Preenchimento errado ou incompleto destes campos será penalizado com 1 ponto por campo. Provas sem nome terão nota ZERO.

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **Não serão aceitas respostas sem justificativa.**
- **Não destaque as folhas da prova.**
- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Seja $u(x, y) = f(x/y)$, $(y \neq 0)$ onde $z = f(t)$ é uma função real de uma variável, diferenciável. Verifique que vale a seguinte equação:

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

(sugestão: use a regra da cadeia para achar $\nabla u(x, y)$).

Solução:

Questão 2

O movimento de uma partícula no intervalo de tempo $0 \leq t \leq \pi/2$ é descrito pela curva parametrizada $\mathbf{r}(t) = (\cos 2t, \operatorname{sen} 2t, \sqrt{5}\, t)$. No instante $t = \pi/2$ a partícula sai pela tangente em movimento retilíneo uniforme. Ache a distância total percorrida pela partícula do instante $t = 0$ até o instante $t = \pi$.

Solução:

Questão 3

Considere a integral dupla

$$\int_0^1 \int_0^{x^2} xy \, dydx.$$

(a) Ache uma mudança de variáveis $(x, y) = T(u, v)$, tal que nas variáveis (u, v) a região de integração é o triângulo: $0 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq u$. (sugestão: examinando as regiões de integração, busque uma mudança de variáveis adequada que seja da forma $x = f(u)$, $y = g(v)$).

(b) Calcule a integral nas variáveis (u, v).

(c) Confira o resultado do item (b), avaliando diretamente a integral acima (isto é, nas variáveis (x, y)).

Solução:

Questão 4

Sobre as afirmações seguintes, decidir se são verdadeiras ou falsas (respostas sem justificativas não serão consideradas).

(a) Se um campo vetorial suave não-constante $\mathbf{F}(x,y) = (P(x,y), G(x,y))$ em $\mathbb{R}^2$ é conservativo, então para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ tem-se que

$$\frac{\partial P}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial Q}{\partial y}(x,y).$$

(b) $\int_C x\,dx + y\,dy + (xz - y)\,dz = 5/2$, onde C é a curva parametrizada $\mathbf{r}(t) = (t^2, 2t, 4t^3)$, $0 \leq t \leq 1$.

Solução: