PUC-RIO – CB-CTC

P2 DE ELETROMAGNETISMO – 22.05.09 – sexta-feira

Nome : ______________________________

Assinatura: ______________________________

Matrícula: ____________________ Turma: __________

NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª Questão	3,5		
2ª Questão	3,5		
3ª Questão	3,0		
Total	10,0		

A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.

Formulário:

Volumes: $\frac{4}{3}\pi R^3$ (Esfera de raio R)

$\pi R^2 L$ (Cilindro de raio R e comprimento L)

Áreas $4\pi R^2$ (Esfera de raio R)

$2\pi RL$ (Cilindro de raio R e comprimento L)

1ª Questão: (3.5)

No circuito abaixo os capacitores C_1, C_2 e C_3 estão inicialmente descarregados e ocorrem as seguintes fases sucessivas:

Fase1: chave S_1 fechada e S_2 aberta, durante longo tempo.

Fase2 : chave S_1 aberta e S_2 fechada, durante longo tempo.

Considerando $\varepsilon = 36$ V, $R_1 = 2$ MΩ, $R_2 = R_3 = R_4 = 1$ MΩ, $C_1 = C_2 = 4\ \mu F$ e C_3 idêntico em forma aos capacitores C_1 e C_2 exceto o meio cuja constante dielétrica é igual à metade, determine:

a) A d.d.p. $(V_A - V_B)$ no final da fase 1.

b) As cargas máximas adquiridas por C_1 e C_2 ao final da fase 1.

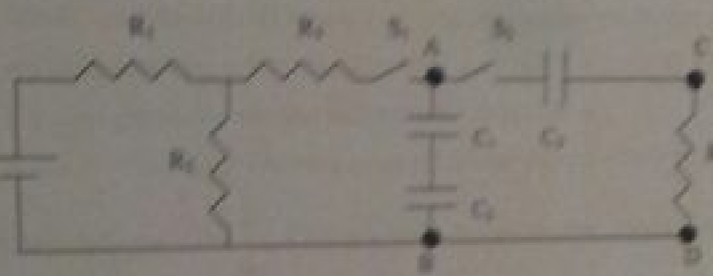
c) A energia total armazenada em ambos C_1 e C_2 ao final da fase 1.

d) A d.d.p. $(V_C - V_D)$ no início e final da fase 2. Justifique.

e) As cargas armazenadas em C_1, C_2 e C_3 no final da fase 2.

f) A energia total dissipada em R_4 na forma de calor.

g) A corrente elétrica instantânea (função do tempo) através de R_4 durante a fase 2.



Solução

a) **C_1 e C_2 em série ⇒ Q_1 max = Q_2 max** = $V_{R3\,max} \times C_{eq}$
Final da fase 1: C_1 e C_2 plenamente carregados ⇒ sem corrente (abertos) ⇒ $V_{R3\,max} = \varepsilon\ R_3/(R_1 + R_3) = 12$ V ⇒ $\underline{V_A - V_B = 12\ V}$.

b) $C_1 = C_2$ ⇒ $V_{C1} = V_{C2} = V_{R3\,max}/2 = 6$ V
Q_1 max = Q_2 max $= Q = 6 \times 4 \times 10^{-6} = \underline{24 \times 10^{-6}\ C}$

c) $U_{E1} + U_{E2} = 2 \times 1/2\ (Q_{max})^2/C_1 = (24 \times 10^{-6})^2/4\times10^{-6} = \underline{144 \times 10^{-6}\ J}$

d) **Início da fase 2: C_3 descarregado** ⇒ curto ⇒ $\underline{V_C - V_D} = V_A - V_B = \underline{12V}$
Final da fase 2: C_3 plenamente carregado ⇒ aberto ⇒ sem corrente em R_4 ⇒ $\underline{V_C - V_D = 0}$

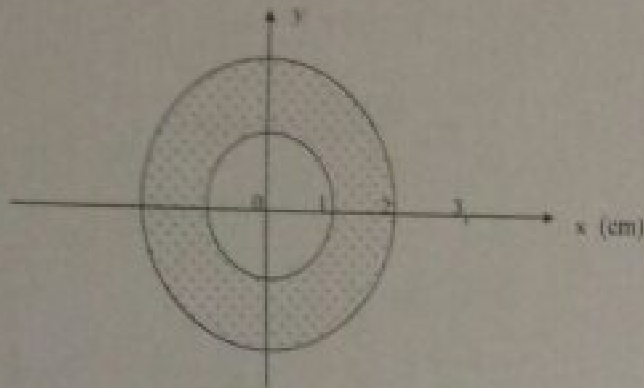
e) Final da fase 2:
- conservação da carga ⇒ $q_1 + q_2 + q_3 = Q + Q = 48 \times 10^{-6}$ C
$q_1 = q_2 = q$ ⇒ $2q + q_3 = 48 \times 10^{-6}$ C (1)
- $V_{C1} + V_{C2} = V_{C3} + (V_A - V_B) = V_{C3}$
- $(q/C_1) + (q/C_2) = q(1/C_1 + 1/C_2) = q_3/C_3$ (2)
- **de (1) e (2) : $q = q_3$** ⇒ $q = q_1 = q_2 = q_3 = \underline{16 \times 10^{-6}\ C}$

f) $U_{E1} + U_{E2} + U_{E3} = ½\, q^2 (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3) = 128 \times 10^{-6}$ J
Energia dissipada $= 144 \times 10^{-6} - 128 \times 10^{-6} = \underline{16 \times 10^{-6}\ J}$

g) durante a fase 2: circuito RC com descarregamento de C_1 e C_2 em série com R_4 e C_3 inicialmente descarregado (curto) ⇒ $i(t) = i_{max}\, e^{-t/\tau}$ com $i_{max} = i(0) = 12/R_4 = 12/10^6 = \underline{12\ \mu A}$
$\tau = R_4 C_{eq} = 10^6 \times 1 \times 10^{-6} = \underline{1s}$
$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$ ⇒ $C_{eq} = 1\ \mu F$

3ª Questão: (3.0)

Um fio oco conduz uma corrente I = 0,12 A uniformemente distribuída na seção transversal e no sentido do eixo z, conforme a figura abaixo.



a) **(1.5)** Calcule, usando a Lei de Ampère, o campo magnético em função de x ao longo do eixo x (y=0) em cada uma das regiões do eixo, $x < 1$, $1 < x < 2$ e $x > 2$ (x em cm).

b) **(1.0)** Faça um gráfico do módulo do campo em função de x.

c) **(0.5)** Se em x = 3 cm for colocada uma pequena espira de corrente com momento de dipolo magnético dado por $\vec{\mu} = \frac{\pi}{\mu_0}\hat{z}$ (A m^2), calcule o torque (<u>módulo, direção e sentido</u>) sobre esta espira

Não cai

Solução

Pela aplicação da Lei de Ampère em qualquer circuito fechado teremos:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ que neste caso pode ser escrita como:

$$B.\ell_c = \mu_0 I_{env}$$

a) Considerando uma linha amperiana circular de raio $x < 1$, teremos $\ell_c = 2\pi x$ e $I_{env} = 0$. Assim $B = 0$.

Considerando uma linha amperiana circular de raio x com $1 < x < 2$ temos $\ell_c = 2\pi x$ e

<u>(x em m)</u>

$$I_{env} = I\,(x^2-a^2)/(b^2-a^2) = I\,\frac{(x^2-10^{-4})}{3\cdot 10^{-4}} = 0{,}12\,\frac{(x^2-10^{-4})}{3\cdot 10^{-4}} =$$

$$= 4\,\frac{(x^2-10^{-4})}{10^{-4}}\,A$$

$$B = 2\frac{\mu_0}{\pi\, 10^{-4}}\left(x - \frac{10^{-4}}{x}\right)\ (T)$$

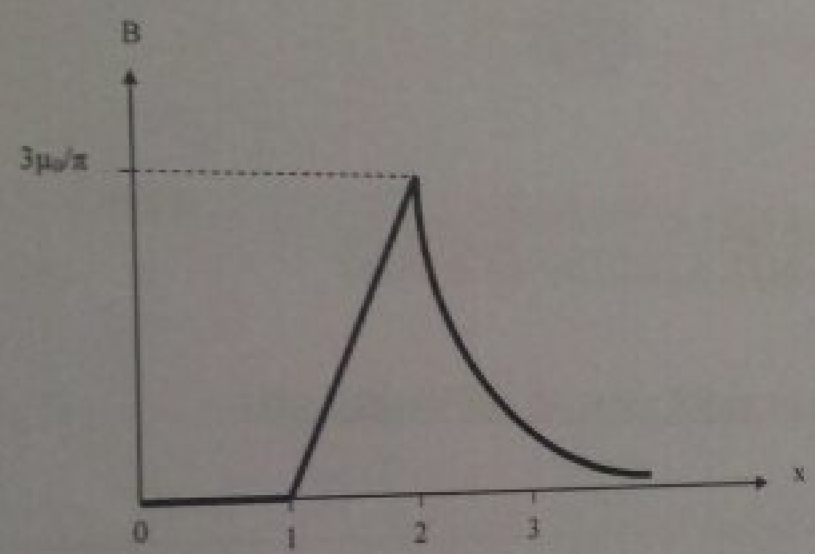
Assim

Considerando uma linha amperiana circular de raio x com x > 2, teremos $\ell_c = 2\pi x$ e (x em m)

$$I_{env} = I = 0{,}12\ \text{A}$$

$$\text{Assim } B = \mu_0 \frac{0{,}06}{\pi\, x}\ (\text{T})$$

b)



c) Em x = 3 cm (0,03 m) temos $\mathbf{B} = (2\ \mu_0/\pi)\ \mathbf{j}$ e $\mu = (\pi/\ \mu_0)\mathbf{k}$.
Como $\tau = \mu \times \mathbf{B}$ teremos :

$$\tau = \frac{\pi}{\mu_0}\hat{k} \times \mu_0 \frac{0{,}06}{\pi\, 0{,}03}\hat{j} = 2\,(-\hat{i})\ [\text{Nm}]$$