

P1 de Cálculo a Várias Variáveis I

MAT 1162 — 2009.2

Data: 22 de setembro de 2009

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_  
Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	1.5		
2	2.5		
3	2.0		
4	2.0		
teste	2.0		
Total	10.0		

### Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou caneta preta.  
Não use caneta vermelha ou verde. Respostas devem ser dadas a caneta.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Considere a cônica dada pela equação

$$x^2 + y^2 - 2xy - x - y = 0$$

- (a) **(0.5)** Faça uma rotação de eixos de forma a eliminar o termo em  $xy$ . Qual a equação da cônica no novo sistema?
- (b) **(0.5)** Quais os parâmetros da cônica? Os parâmetros de uma cônica são os semi-eixos maior  $a$  e menor  $b$  no caso de elipse ou hipérbole e distância entre foco e diretriz  $p$  no caso de parábola.
- (c) **(0.5)** Faça um esboço da cônica.

2. Considere a função  $f(x, y) = x^3 + (y - 2)^3 - y^2$ .

- (a) **(1.0)** Escreva a equação do plano tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $(1, 2)$ .
- (b) **(0.5)** Calcule o valor da aproximação linear de Taylor de  $f$  em  $(1, 2)$  no ponto  $(1.01, 1.99)$ .
- (c) **(1.0)** Encontre a equação da reta tangente à curva de nível  $-3$  no ponto  $(1, 2)$ .

3. Considere a superfície  $S$  descrita pela equação

$$xy + xz^2 + 2yz^2 + 4z^3 = 0.$$

- (a) **(1.0)** Encontre a equação do plano tangente à  $S$  no ponto  $(-1, -3, 1)$ .
- (b) **(1.0)** Encontre um ponto  $P$  de  $S$  de forma que o plano tangente à  $S$  em  $P$  seja horizontal.

4. Considere a curva parametrizada  $\alpha(t) = (t^3 + 1, t^2 - 2t + 1)$ .

- (a) **(1.0)** Em que pontos da curva a velocidade é horizontal? E vertical?
- (b) **(1.0)** Dada uma função  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  satisfazendo  $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = -1$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 1) = 3$ , calcule  $\frac{d}{dt}(f(\alpha(t)))$  em  $t = 0$ .