

P1 de Cálculo a Várias Variáveis I

MAT 1162 — 2009.1

Data: 16 de abril de 2009

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_  
Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	2.5		
2	3.0		
3	2.5		
teste	2.0		
Total	10.0		

**Instruções**

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou caneta preta.  
Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Considere a cônica dada pela equação

$$x^2 - 3xy + y^2 = 3$$

$$(x^2 + xy + y^2 = 3)$$

- (a) **(1.0)** Faça uma rotação de eixos de forma a eliminar o termo em  $xy$ . Qual a equação da cônica no novo sistema?
- (b) **(1.0)** Quais os parâmetros da cônica? Os parâmetros de uma cônica são os semi-eixos maior  $a$  e menor  $b$  no caso de elipse ou hipérbole e distância entre foco e diretriz  $p$  no caso de parábola.
- (c) **(0.5)** Faça um esboço da cônica.

2. Considere a função  $f(x, y) = y^2 - 3x \cdot (y^2 + 4x)$

- (a) **(1.0)** Esboce em um mesmo mapa as curvas de nível 1, 2 e 3 de  $f$ .
- (b) **(1.0)** Denote por  $C$  a curva de nível 1 de  $f$ . Encontre um ponto em  $C$  tal que a reta tangente à  $C$  neste ponto faça um ângulo  $\frac{\pi}{4}$  com o eixo  $x$ .
- (c) **(1.0)** Descreva uma equação paramétrica para a reta tangente à  $C$  no ponto encontrado no item (b).

3. Considere a função

$$f(x, y) = [x^2 + (y + 1)^2]^2.$$

$$([x^2 - (y + 1)^2] [x^2 + (y + 1)^2])$$

(a) **(1.0)** Para qual dos vetores da figura abaixo a derivada direcional da função  $f(x, y)$  no ponto  $(2, 1)$  é maior?

(b) **(0.5)** Calcule a derivada direcional de  $f$  na direção do vetor  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ .

(c) **(1.0)** Qual a equação do plano tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $(2, 1)$ ?