

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC.
MAT1161 - CÁLCULO A UMA VARIÁVEL
P4 - 01-07-2010

Nome: _____

Assinatura: _____

Matricula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	1,0		
2ª	2,0		
3ª	2,0		
4ª	3,0		
5ª	2,0		
Total	10,0		

- **MANTENHA A PROVA GRAMPEADA.**
- É proibido a utilização de calculadoras.
- **RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVA NÃO SERÃO ACEITAS.**
- Desligue o telefone celular.
- **NÃO É PERMITIDO SAIR DA SALA DURANTE A PROVA.**

Questão 1 (Justifique todas as suas respostas): (1,0)

Considere a seguinte proposição:

Se a_n é uma sequência monótona, então a_n é convergente.

(a) Decida se a proposição é verdadeira ou falsa.

(b) Enuncie a recíproca e decida se a mesma é verdadeira ou falsa.

Questão 2 (Justifique todas as suas respostas): (2,0)

Derive as funções abaixo:

(a) $(0,5) f(x) = 5^{x^5}$

(b) $(0,5) f(x) = \sqrt[4]{\tan(x^2)}$

(c) $(0,5) f(x) = (\sec(x^3 + \cos x))^8$

(d) $(0,5) f(x) = \log_7 |2 - \pi e^x|$

Questão 3 (Justifique todas as suas respostas): (2,0)

Calcule:

(a) $(0,5) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \text{sen}^3(x) dx$

(b) $(0,5) \int x \ln x dx$

(c) $(0,5) \int_0^1 \operatorname{arctg}(x) dx$

(d) $(0,5) \int \frac{1}{\operatorname{tg}(x)} dx$

Questão 4 (Justifique todas as suas respostas): (3,0).

$$\text{Considere } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2} & \text{se } x < 0 \\ e^{x^2-2x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

(0,5) (a) f é contínua em $x = 0$? f é derivável em $x = 0$?

(0,5) (b) Calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(c) Determine os pontos críticos de f .

(d) Em quais intervalos f é crescente?

(e) Em quais intervalos f é decrescente?

(f) Determine, se houver, os pontos de mínimo local de f .

(g) Determine, se houver, os pontos de máximo local de f .

Obs: Pontuação: (c)+(d)+(e)+(f)+(g) = 1,0

(h) Em quais intervalos, se houver, o gráfico de f é côncavo para cima?

(i) Em quais intervalos, se houver, o gráfico de f é côncavo para baixo?

(j) Determine, se houver, os pontos de inflexão do gráfico de f .

Obs: Pontuação: (h)+(i)+(j) = 0,5

(0,5) (k) Utilizando as informações obtidas nos itens anteriores, faça um esboço do gráfico de f .

Questão 5 (Justifique todas as suas respostas): (2,0).

Verifique usando integral que o volume da esfera de raio R é dado por $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.