

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC.
MAT1161 - CÁLCULO A UMA VARIÁVEL
P1 - 29-09-2009

Nome: _____

Assinatura: _____

Matricula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	1,0		
2ª	1,5		
3ª	1,5		
4ª	2,0		
5ª	2,0		
Teste	2,0		
Total	10,0		

- **MANTENHA A PROVA GRAMPEADA.**
- É proibido a utilização de calculadoras.
- **RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVA NÃO SERÃO ACEITAS.**
- Desligue o telefone celular.
- **NÃO É PERMITIDO SAIR DA SALA DURANTE A PROVA.**

Questão 1 (Justifique todas as suas respostas): (1,0)

Considere a seguinte proposição:

$$\text{Se } \frac{x-2}{x+3} > 0, \text{ então } \frac{x-2}{x+1} < 0.$$

- (a) Decida se a proposição é verdadeira ou falsa.

- (b) Enuncie a recíproca e decida se a mesma é verdadeira ou falsa.

Questão 2 (Justifique todas as suas respostas): (1,5)

(a) Dê um exemplo de uma sequência $a_n \rightarrow \infty$ não monótona.

(b) Calcule:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 7n}{1 - 4n} =$$

(c) Decida se a proposição abaixo é verdadeira ou falsa (justificando):

Se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 6$ e b_n é uma sequência limitada, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 6$

Questão 3 (Justifique todas as suas respostas): (1,5).

Faça um esboço do gráfico de uma função $f : \mathbb{R} - \{-2, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ com as seguintes propriedades:

(i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -3$

(ii) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

(v) A equação $f(x) = 0$ tem 4 soluções.

(vi) f é decrescente para $x \in (-\infty, -2) \cup [0, 1) \cup (1, \infty)$

(vii) f é crescente para $x \in (-2, 0]$

Questão 4 (Justifique todas as suas respostas): (2,0).

Considere a função definida por:

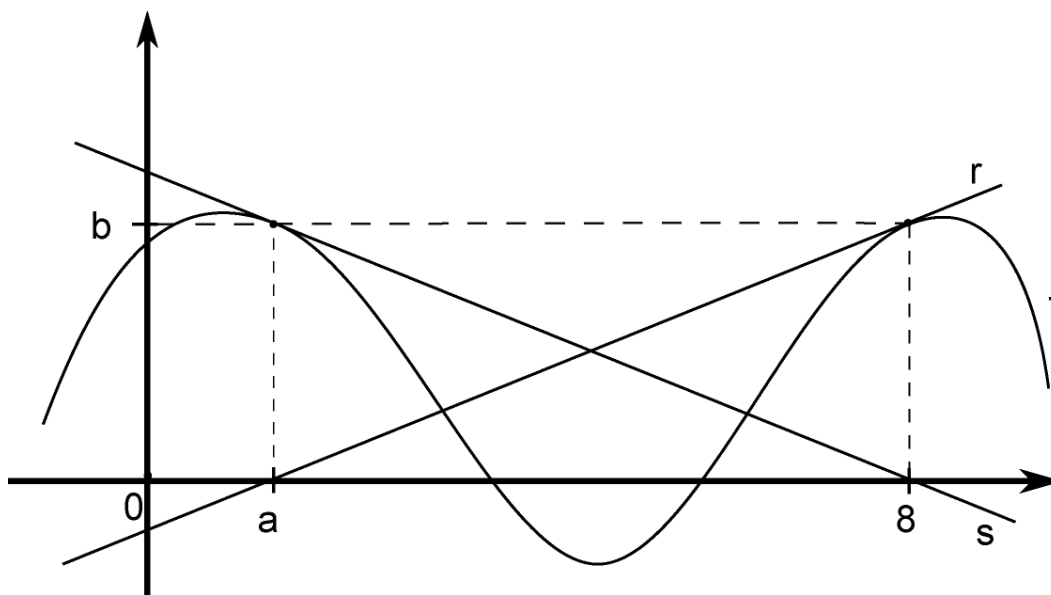
$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + a & \text{se } x < 3, \\ b & \text{se } x = 3, \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{se } x > 3. \end{cases}$$

(a) Determine a de forma que exista $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

(b) Determine um valor para b de forma que f **não** seja contínua em $x = 3$.

Questão 5 (Justifique todas as suas respostas): (2,0).

Considere f a função definida pelo gráfico abaixo.



Sabendo que a equação da reta tangente ao gráfico da f em $x = 8$ é $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{5}$:

- (a) Determine a .
- (b) Determine $f(8)$ e $f'(8)$.
- (c) Determine a equação da reta s .
- (d) Determine $f(a)$ e $f'(a)$.