

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC.
MAT1161 - CÁLCULO A UMA VARIÁVEL
P1 - 14-04-2009

Nome: _____

Assinatura: _____

Matricula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	1,0		
2ª	1,5		
3ª	2,0		
4ª	2,0		
5ª	1,5		
Teste	2,0		
Total	10,0		

- **MANTENHA A PROVA GRAMPEADA.**
- É proibido a utilização de calculadoras.
- **RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVA NÃO SERÃO ACEITAS.**
- Desligue o telefone celular.
- **NÃO É PERMITIDO SAIR DA SALA DURANTE A PROVA.**

Questão 1 (Justifique todas as suas respostas): (1,0)

Considere a seguinte proposição:

$$\text{Se } \frac{|x^2 - 7x + 12|}{x - 2} < 0, \text{ então } x^2 + x - 2 < 0.$$

- (a) Decida se a proposição é verdadeira ou falsa.
- (b) Enuncie a recíproca e decida se a mesma é verdadeira ou falsa.

Questão 2 (Justifique todas as suas respostas): (1,5)

Considere $a = 5,23\overline{81}$ e decida quais afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas (justificando).

(a) (0,5) $x = 5,23$ é uma aproximação para o número a com erro menor do que 10^{-1} .

(b) (0,5) Se $5,23 < x < 5,24$, então x é uma aproximação para o número a com erro menor do que 10^{-2} .

(c) (0,5) $x = 5,24$ é o truncamento na segunda casa decimal de a .

Questão 3 (Justifique todas as suas respostas): (2,0).

(a) Dê um exemplo de uma sequência $a_n \rightarrow -3$, com $a_n > -3$.

(b) Dê um exemplo de uma sequência b_n crescente tal que $b_n \rightarrow -3$

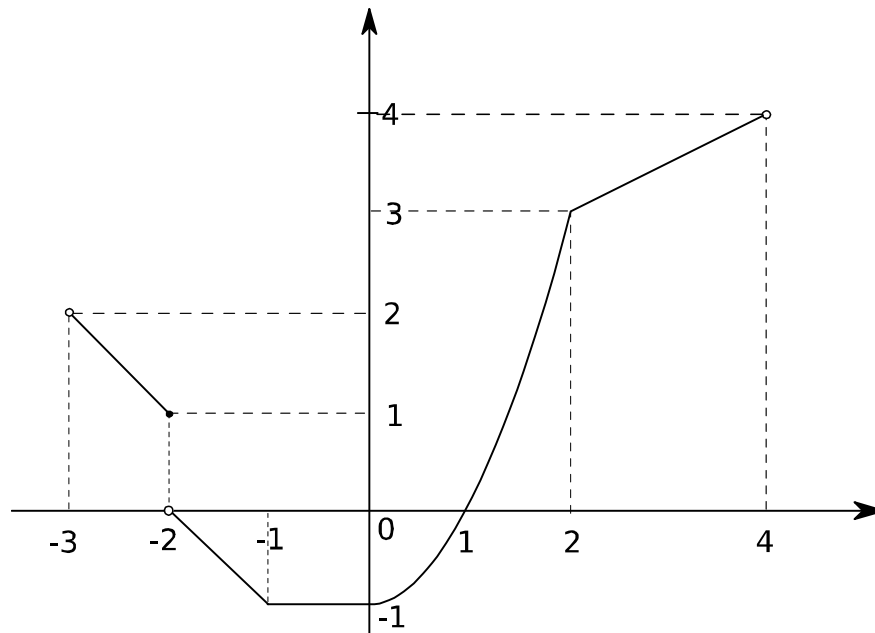
(c) Considere $f(x) = \frac{x+4}{x+3}$

Determine $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n)$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n)$ onde a_n e b_n são as sequências dos itens a) e b).

(d) Existe $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$?

Questão 4 (Justifique todas as suas respostas): (2,0).

Considere $f : (-3, 4) \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida pelo gráfico abaixo:



Sabendo que:

$$f(x) = \begin{cases} a_1 x + b_1, & \text{se } -3 < x \leq -2 \\ a_2 x + b_2, & \text{se } -2 < x \leq -1 \\ a_3 x + b_3, & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ x^2 - 1 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ a_4 x + b_4 & \text{se } 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

- Determine $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3$ e b_4 .
- Faça um esboço do gráfico da derivada f' .
- Em que pontos a função f não é derivável?

Questão 5 (Justifique todas as suas respostas): (1,5).

Considere a função definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x}{x-2} & \text{se } x < 4, \\ 2 & \text{se } x = 4, \\ \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{se } x > 4. \end{cases}$$

(a) Calcule $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$.

(b) Existe $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$?

(c) f é contínua em $x = 4$?