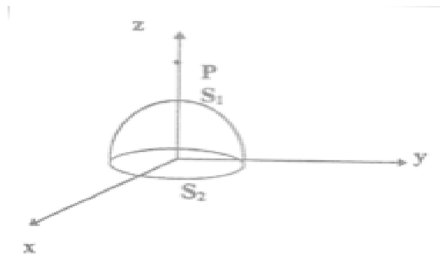
FIS1053 – Projeto de Apoio Eletromagnetismo – 09-Setembro-2011.
Lista de Problemas 15 ant – Revisão G4.
Temas: Toda Matéria.

1ª Questão (2,0):

A superfície fechada mostrada na figura é constituída por uma casca esférica **S1**, e uma base circular, **S2**, de área igual a 10 cm². Em todo o espaço há um campo elétrico uniforme, $\vec{E} = E\,\hat{z}$.



a) Sabendo que o fluxo do campo $\vec{E}$ através da casca semi-esférica **S1** vale 1,0 Vm, calcule o módulo do campo elétrico **E.**

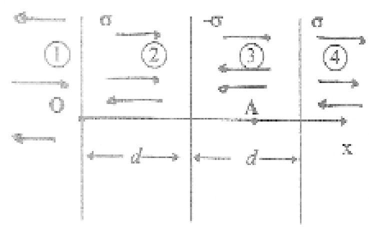
Resposta: $E = \dfrac{-1}{10^{-3}} = 10^{3}\,\dfrac{V}{m}$

b) Suponha agora que no ponto **P** (ver figura) há uma carga **Q**. Determine o fluxo do campo elétrico total através da superfície fechada **(S1 + S2).**

Resposta: $\phi_{TOTAL} = 0$

2ª Questão (2,0):

Considere 3 placas paralelas e infinitas separadas por uma distância *d* com distribuição superficial de carga de densidade σ. A placa do meio tem carga negativa e as outras têm carga positiva. Sabendo que o módulo do campo elétrico de uma placa é $\sigma/2.\varepsilon_0$, determine:



a) O módulo, direção e sentido do campo elétrico nas regiões 1,2,3 e 4 mostradas na figura.

Resposta: (1) $\vec{E}_1 = \dfrac{-\sigma}{2.\varepsilon_0}\hat{x}$, (2) $\vec{E}_2 = \dfrac{\sigma}{2.\varepsilon_0}\hat{x}$, (3) $\vec{E}_1 = \dfrac{-\sigma}{2.\varepsilon_0}\hat{x}$, (4) $\vec{E}_4 = \dfrac{\sigma}{2.\varepsilon_0}\hat{x}$

b) A diferença de potencial elétrico $V_a - V_0$ entre os pontos **A** (3/2d,0) e **O** (0,0).

Resposta: $V_a - V_0 = \dfrac{\sigma.d}{4.\varepsilon_0}$

3ª Questão (2,0):

Um próton inicialmente com velocidade constante $\vec{V} = V_1\hat{x} + V_2\hat{z}$ entra, no instante t = 0, numa região onde há um campo magnético uniforme $\vec{B} = B\,\hat{z}$. Determine:

a) O módulo, direção e sentido da força que atua sobre o próton no instante t = 0.

Resposta: $F = e.V_1.B\hat{y}$

b) O raio da projeção da órbita do próton no plano xy. *Resposta:* $r = \dfrac{mV_1}{eB}$

c) A energia cinética do próton sob a ação do campo magnético. *Resposta:* $U_k = \dfrac{1}{2}m.(V_1^2 - V_2)$

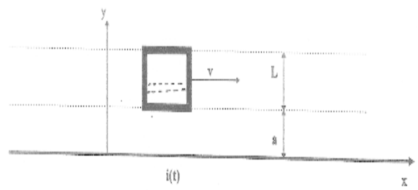
4ª Questão (2,0):

Um fio cilíndrico muito longo, de comprimento **L** e raio **R** transporta uma corrente volumétrica uniforme **I**. Determine a energia magnética por unidade de comprimento armazenada dentro do fio, sabendo que a densidade volumétrica de energia magnética é $u = \dfrac{B^2(r)}{2\mu_0}$.

Resposta: $\dfrac{U}{L} = \dfrac{\mu_0 I^2 R^4}{16\pi R^4} = \dfrac{\mu_0 I^2}{16\pi}$

5ª Questão (2,0):

Uma espira quadrada de lado **L** e resistência **R** desliza sem atrito, com velocidade **v**, sobre um par de trilhos horizontais localizados em **y = a** e **y = a + L**. Ao longo do eixo **x** passa um fio muito longo percorrido por uma corrente $i(t) = i_0 \cdot sen(\pi.t)$.



a) Obtenha a expressão da corrente induzida na espira em função de t.

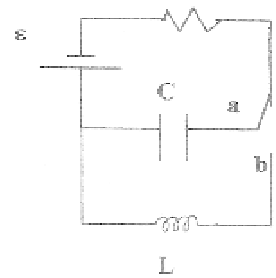
Resposta: $i(t) = \dfrac{-\mu_0.L}{2R} \cdot \ln\left(\dfrac{a+L}{a}\right) \cdot i_0 \cdot \cos(\pi)$

b) No instante t = 1s, diga se a corrente tem sentido horário ou anti-horário.

Resposta: Sentido Horário

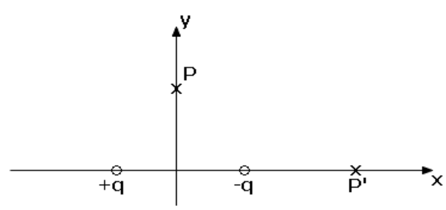
6ª Questão (2,0):

Considere o circuito da figura ao lado onde □, **R**, **L** e **C** são costante e conhecidos. A chave permaneceu fechada na posição **a** por um longo tempo. No instante t = 0 a chave é desligada da posição **a** e simultaneamente ligada na posição **b**. Determine a amplitude da corrente no circuito **LC**, para t > 0. *Resposta:* $I_{\max} = \sqrt{\dfrac{C\varepsilon^2}{L}}$



7ª Questão:

Um dipolo elétrico é formado por duas cargas de mesmo modulo e sinais opostos separadas por uma distancia 2d.



(a) Calcule o vetor campo elétrico $\vec{E}$ (0,y) num ponto P, sobre a mediatriz do segmento que une as cargas, à distância y do centro do dipolo.

(b) Calcule o vetor campo elétrico $\vec{E}$ (x,0), num ponto P', sobre o eixo do dipolo, à distância x do centro.

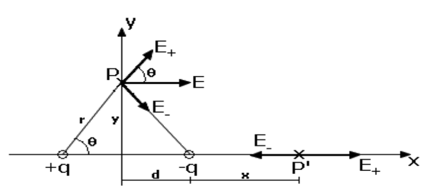
(c) Calcule o potencial elétrico V (0,y) no ponto P do item (a) e também V (x,0) no ponto P', do item (b).

(d) Uma partícula de carga Q e massa m foi largada, em repouso, num determinado ponto sobre o eixo y. Observou-se que a partícula cruzou o eixo x a uma distância 3d do centro do dipolo. Obtenha o módulo da velocidade da partícula no instante em que cruzou o eixo.

Respostas

(a) $\boxed{\vec{E} = \dfrac{kq2d}{(d^2+y^2)^{3/2}}\hat{x}}$

$\boxed{-kq\left(\dfrac{(x+d)^2+(x-d)^2}{(x+d)^2 \times (x-d)^2}\right)\hat{x}}$

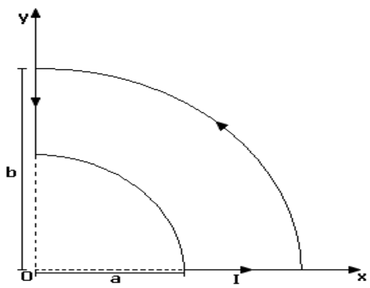


(b)

(c) $\boxed{-\dfrac{2kqd}{(x^2-d^2)}}$ (d) $\boxed{v=\sqrt{\dfrac{kqQ}{2md}}}$

8ª Questão:

A espira representada na figura abaixo está colocada no plano xy e é percorrida por uma corrente **I** no sentido indicado na figura. Ela é composta por dois segmentos circulares concêntricos, um de raio **a** e outro de raio **b** (**a** < **b**) e por dois segmentos radiais perpendiculares.



a) Calcule, a partir da Lei de Biot-Savart, o vetor campo magnético **B** gerado na origem **O** pelos segmentos circulares de raios **a** e **b. Justifique os seus cálculos.**
b) Calcule, a partir da Lei de Biot-Savart, o vetor campo magnético **B** gerado na origem pelos segmentos retilíneos. **Justifique os seus cálculos.**
c) Determine a força magnética (módulo, direção e sentido) a que fica submetida uma carga puntiforme positiva **Q** movendo-se com velocidade $\vec{v}=v_0\vec{\imath}$ ao passar pelo ponto **O.**

Respostas: (a) $\boxed{\vec{B_o}=\vec{B_a}+\vec{B_b}=\dfrac{\mu_0 I}{8}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)(-\hat{z})}$

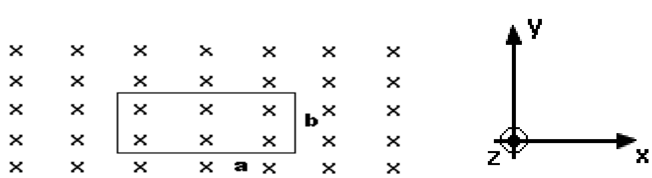
(b) $\boxed{\vec{B}=\vec{0}}$.

(c) $\boxed{\vec{F}=\dfrac{Qv_0\mu_0 I}{8}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{a}\right)\vec{y}}$

9ª Questão:

9-I - Uma espira retangular com **N** voltas, resistência elétrica **R** e lados de comprimentos **a** e **b**, é colocada num campo magnético com o vetor **B** constante, entrando perpendicularmente a esta página, conforme a figura. Pode-se girar a espira em torno de diferentes eixos passando pelo centro da espira, de modo que esta permaneça sempre imersa em **B**. Supondo velocidade angular **ω** constante, encontre, **justificando seus cálculos**, a tensão induzida e a corrente induzida na espira (inclusive seus possíveis sentidos) para os seguintes eixos de rotação:

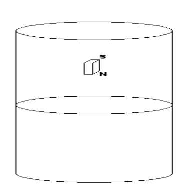
a) Eixo paralelo a z (perpendicular ao plano da espira).
b) Eixo paralelo a y (paralelo ao plano da espira).



Respostas 9-I

(a) $\boxed{\varepsilon_i=-\dfrac{d\Phi_B}{dt}=0 \qquad I_i=\dfrac{\varepsilon_i}{R}=0}$ Não há sentido a desenhar

(b) $\boxed{\varepsilon_i = NBab\omega\,\mathrm{sen}(\omega t)}$ $\boxed{I_i=\dfrac{\varepsilon_i}{R}=\dfrac{NBab\omega}{R}\mathrm{sen}(\omega t)}$ *Sentido horário e anti − horário alternados*



9-II - Um tubo oco, metálico (de alumínio, por exemplo), com aproximadamente 3 m de comprimento, é colocado em posição vertical. Deixa-se cair uma pequena barra metálica por dentro desse tubo e estima-se o tempo de queda. Faz-se o mesmo com um imã de mesmas dimensões que a barra. Verifica-se que o tempo de queda do imã é muito maior que o da barra. Admita que o imã caia na vertical com a configuração dada na figura.

c) Use qualitativamente a Lei de Faraday-Lenz para indicar o sentido da corrente induzida em uma circunferência imaginada na seção reta do tubo metálico, imediatamente abaixo da posição instantânea do imã em queda (tracejada na figura.

d) Utilize o resultado do item (c) anterior para explicar porque o imã tem sua queda retardada em relação à da barra de metal.

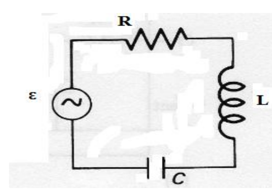
Respostas 9-II

(c) O campo $\vec{B}$ gera um fluxo na área da seção reta (do interior) do tubo: $\Phi_B = BA$, para um circulo no tubo, abaixo do imã. Este fluxo aumenta, pois imã se aproxima. Pela Lei de Faraday-Lenz, existe então tensão induzida no anel tracejado, o que gera uma corrente induzida no sentido horário para o observador na base do tubo.

(d) Pela regra de Ampére, da Mão Direita, esta corrente gera um campo $\vec{B}$ induzido que se opõe, no interior do tubo, ao $\vec{B}$ do imã. Com isto, uma força magnética vertical para cima se opõe a queda do imã, retardando seu movimento e aumentando seu tempo de queda.

<u>10ª Questão:</u>

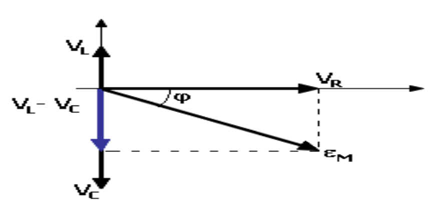
Um resistor R, um capacitor C e um indutor L estão conectados em serie com um gerador de tensão $\varepsilon(t) = \varepsilon_M \operatorname{sen} \omega t$, com ω = 100 rad/s, como mostrado na figura. Sabendo que os valores máximos das tensões no indutor, no resistor, e no capacitor valem respectivamente V_L= 2 V, V_R = 6 V e V_C = 10 V, calcule:



a) O valor máximo da tensão ε_M do gerador.
b) Sabendo que R = 3 kΩ, calcule o valor máximo I_M da corrente no circuito.
c) Calcule agora os valores de L e de C (<u>cuidado com as unidades!</u>).
d) Imagine que a freqüência ω do gerador possa ser mudada e que o circuito entre em ressonância. O valor máximo de V_R irá mudar? Se não, explique por que. Se sim, calcule o novo valor.

Respostas

(a) $\varepsilon_M = \sqrt{{V_R}^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} =$ $\boxed{10V}$



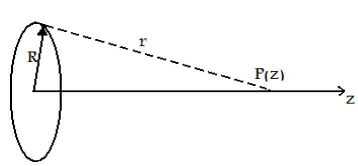
(b) $\boxed{2mA}$

(c) $\boxed{10H}$: $\boxed{2\mu F}$

(d) Na ressonância o circuito é puramente resistivo $(V_L = V_C)$. Portanto:

Ou seja o valor maximo de V_R irá mudar

11ª Questão - Um anel delgado de raio R está carregado negativamente com uma densidade linear de carga λ. Seja P um ponto localizado no seu eixo

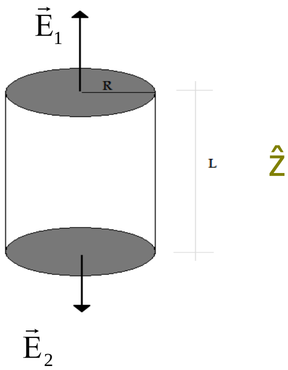


distando z do seu plano.
Determine: (a) O Potencial Elétrico em P
(b) O Vetor Campo Elétrico em P.

Solução:

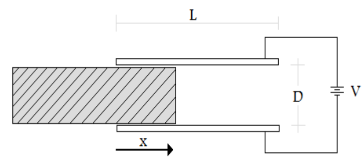
a) $\boxed{V = \dfrac{\lambda R}{2\varepsilon \cdot \sqrt{(z^2 + R^2)}}}$ b) $\boxed{\vec{E}(z) = \left(\dfrac{\lambda R z}{2\varepsilon.(z^2 + R^2)^{3/2}}\right).(\hat{z})}$

12ª Questão – Considere o cilindro de raio R e comprimento L mostrado na figura. Sabe-se que os campos elétricos nas duas bases do cilindro são uniformes, constantes e iguais a $E_1 \hat{z}$ na base superior e $-E_2$ na base inferior. Sabendo que a carga total no interior do cilindro é Q, determine o fluxo do campo elétrico através da superfície lateral do cilindro.



Solução: $\boxed{\oint_{Lat} \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \dfrac{Q}{\varepsilon} - \pi R^2 (E_1 + E_2)}$

13ª Questão – Um capacitor de placas paralelas <u>quadradas</u>, de dimensão **L x L** e separação **D**, está mantido a uma diferença de potencial **V**. Um isolante de constante dielétrica **K** e espessura **D** penetra entre as placas de uma distância **x**, como mostra a figura.



a) Determine a energia potencial elétrica do sistema em função de **x**.
b) Determine o módulo, direção e sentido da força que o capacitor exerce sobre o dielétrico.

Solução:

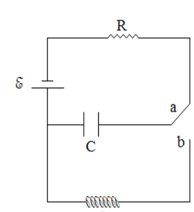
a) $\boxed{U_E = \dfrac{\varepsilon_0 l^2 V^2}{2D} + \dfrac{(k-1)\varepsilon_0 l V^2}{2D} x}$ b) $\boxed{\vec{F}(x) = -\nabla U(x) \rightarrow -\dfrac{(k-1)\varepsilon_0 l V^2}{2D} \hat{x}}$

14ª Questão – Um fio cilíndrico muito longo de raio R transporta uma corrente I paralela ao seu eixo. A densidade de corrente varia com a distância ao eixo da seguinte forma: J(r) = αr (com α constante).

a) Expresse **α** em função de **I** e **R**.
b) Determine a energia magnética por unidade de comprimento armazenada no fio. (Sugestão: ache a corrente no interior de um cilindro de raio **r** (r<R) e o campo magnético, **B(r)**, em r).

Solução: a) $\boxed{\alpha = \dfrac{3I}{2\pi R^3}}$ b) $\boxed{\dfrac{U_{mag}}{l} = \dfrac{\mu_o I^2}{24\pi}}$

15ª Questão – Considere o circuito da figura ao lado onde são dados **ε**, **R**, **L** e **C**. A chave permaneceu fechada na posição <u>**a**</u>

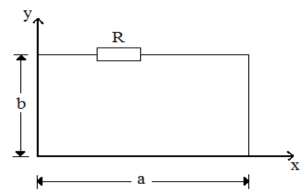


por um longo tempo. No instante **t=0** a chave é desligada da posição **a** e simultaneamente ligada na posição **b**.

Determine a energia armazenada no indutor no instante em que a carga no capacitor é igual à 1/3 (um terço) do seu valor máximo.

Solução: $\boxed{U_L\left(Q = Q_{Max}/3\right) = \frac{4}{9}C\varepsilon^2}$

16ª Questão – Uma espira retangular de lados a e b e resistência R (ver figura) é atravessada por um campo magnético variável B, perpendicular ao seu plano, dado por: $\mathrm{B}(x) = \gamma x.sen(\omega t)$ (com γ e ω são constantes). Ache a intensidade da corrente induzida na espira em função do tempo.



Resposta: $\boxed{\mathrm{I}_{ind} = -\left(\frac{\gamma a^2 b\omega}{2R}\right)\cdot\cos\omega t}$

FIM