1) Considere o sistema de equações de diferenças:

$$X_{n+1} = A \cdot X_n + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{, onde } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Determine A^n.
b) Determine, se possível, uma solução particular constante do sistema.
c) Ache a solução particular da equação de diferenças que satisfaz $X_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2) Considere o sistema de equações diferenciais $\begin{cases} y_1' = -y_1 - y_2 + e^{-t} \\ y_2' = 9y_1 - y_2 + e^{-t} \end{cases}$

a) Escreva a forma matricial do sistema Y'(t)= A $\cdot$ Y(t) + b(t) e determine e^{At}.
b) Determine a solução geral do sistema.
c) Determine a solução definida pela condição inicial Y(0) = $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
d) Qual o $\lim_{t->;\infty} Y(t)$?

3) Classifique as afirmações em V (verdadeira) ou F (falso). Justifique!

a) Seja $y(t) = (y_1(t), y_2(t))$ uma solução não nula do sistema $Y'(t) = A \cdot Y(t)$ onde A é uma matriz real 2 x 2. Se $\lim_{t \to \infty} y_1(t) = \infty$, então $\lim_{t \to \infty} y_2(t) = \infty$.

b) Toda matriz 2 x 2 possui no mínimo uma raiz quadrada.

c) A curva $y^4 - x^2 = 0$ contém a solução de um sistema $Y'(t) = A \cdot Y(t)$.

4) Seja $y(t) = (y_1(t), y_2(t))$. Considere as matrizes seguintes:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

d) $D = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

e) $E = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

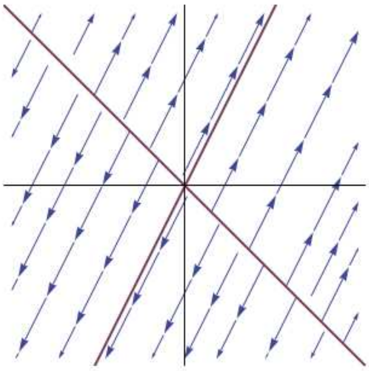
f) $F = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$

g) $G = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

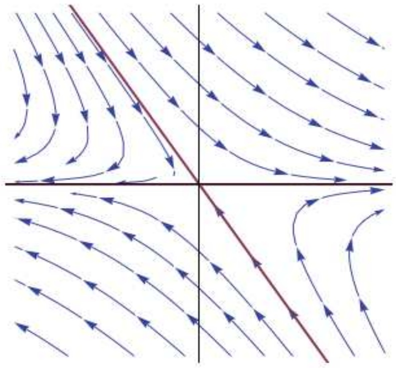
h) $H = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

A seguir estão os retratos de fase dos sistemas Y’(t)=A· Y(t), Y’(t)=B · Y(t), ...Y’=H· Y(t).

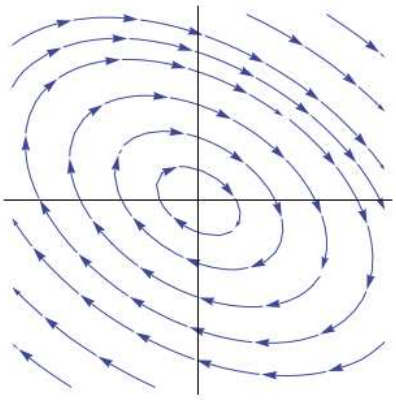
Ao lado de cada figura escreva a caneta qual é a letra da matriz correspondente.



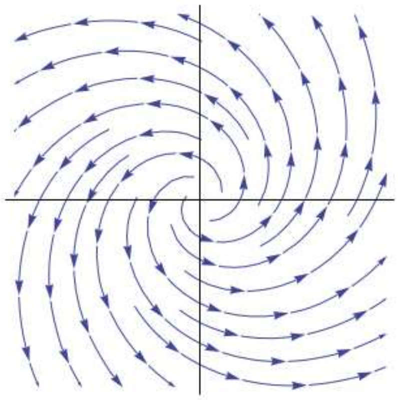
____



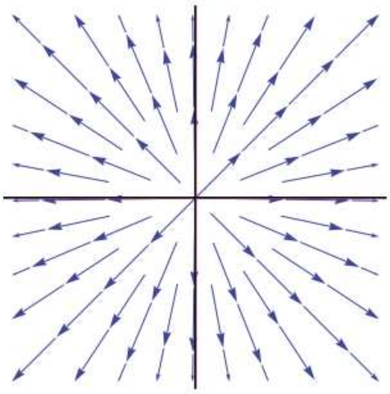
____



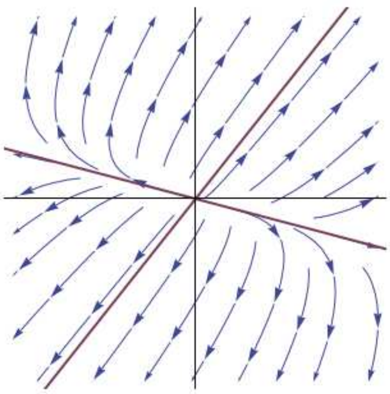
____



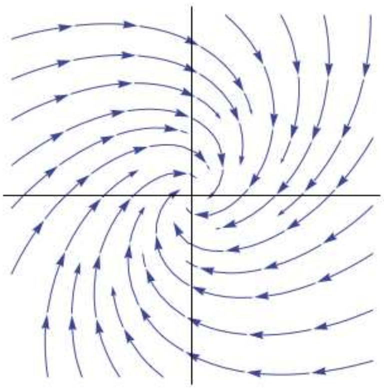
____



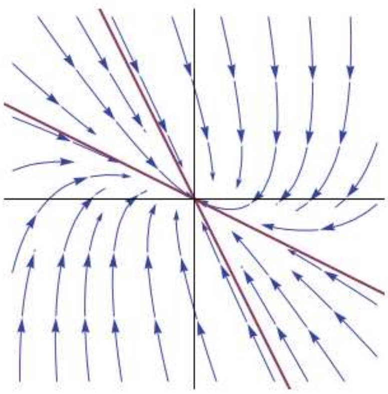
____



____



____



____