

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO**  
**CICLO BÁSICO DO CTC.**  
**MAT1151 - CÁLCULO A UMA VARIÁVEL**  
**P1 - 20-09-2005**

Nome: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

Matricula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|---------|-------|------|---------|
| 1ª      | 1,5   |      |         |
| 2ª      | 2,0   |      |         |
| 3ª      | 1,5   |      |         |
| 4ª      | 2,5   |      |         |
| 5ª      | 2,5   |      |         |
| Total   | 10,0  |      |         |

- **MANTENHA A PROVA GRAMPEADA.**
- É proibido a utilização de calculadoras.
- **RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVA NÃO SERÃO ACEITAS.**
- Desligue o telefone celular.
- **NÃO É PERMITIDO SAIR DA SALA DURANTE A PROVA.**

**Questão 1 (Justifique todas as suas respostas): (1,5).**

Sabendo que  $a = 5,2368\dots$  decida quais afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas e justifique:

(a)  $x = 5,237$  é o truncamento de  $a$  na terceira casa decimal.

(b)  $x = 5,2385$  é uma aproximação para o número  $a$  com erro menor do que  $10^{-2}$ .

(c) Se  $|x - a| < 10^{-3}$ , então  $x = 5,236$

**Questão 2 (Justifique todas as suas respostas): (2,0).**

(a) Calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^4 - 2n^2 + 1}{7n^4 - 5n}.$$

(b) Considere a seguinte proposição:

“ Se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -\infty$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = -\infty$  ”

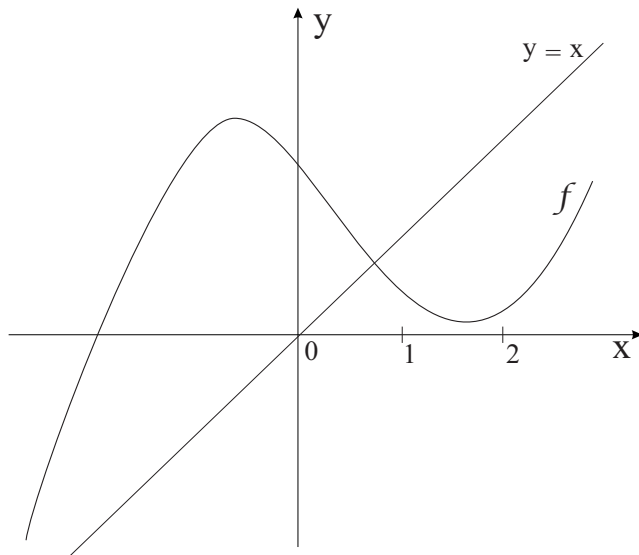
(b<sub>1</sub>) Dê um exemplo para a proposição acima.

(b<sub>2</sub>) Decida se a proposição é falsa ou é verdadeira.

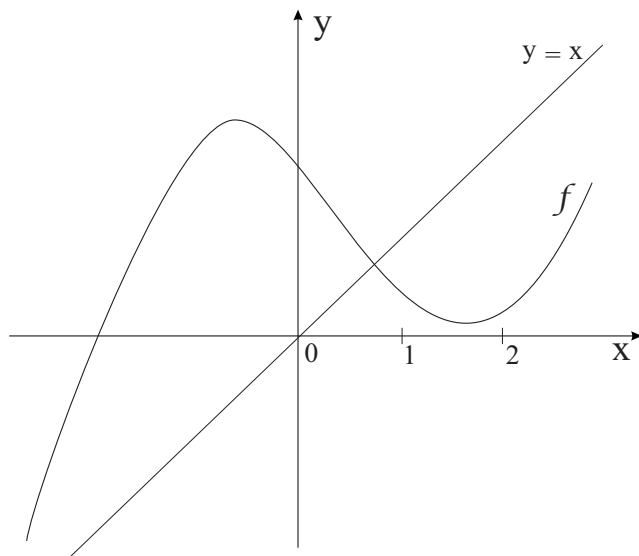
(c) Decida se a seguinte proposição é falsa ou é verdadeira:

“ Se  $|a_n - 8,31| < 10^{-4}$  para  $n \geq 1$ , então  $a_n \rightarrow 8,31$  ”

**Questão 3 (Justifique todas as suas respostas): (1,5).**  
Considere  $f$  a função definida pelo gráfico abaixo.



(a) Marque no eixo- $y$  o ponto que corresponde ao número  $f(f(2))$ .



(b) Marque no eixo- $x$  as soluções da equação  $f(x) = 1$ .

**Questão 4 (Justifique todas as suas respostas): (2,5).**

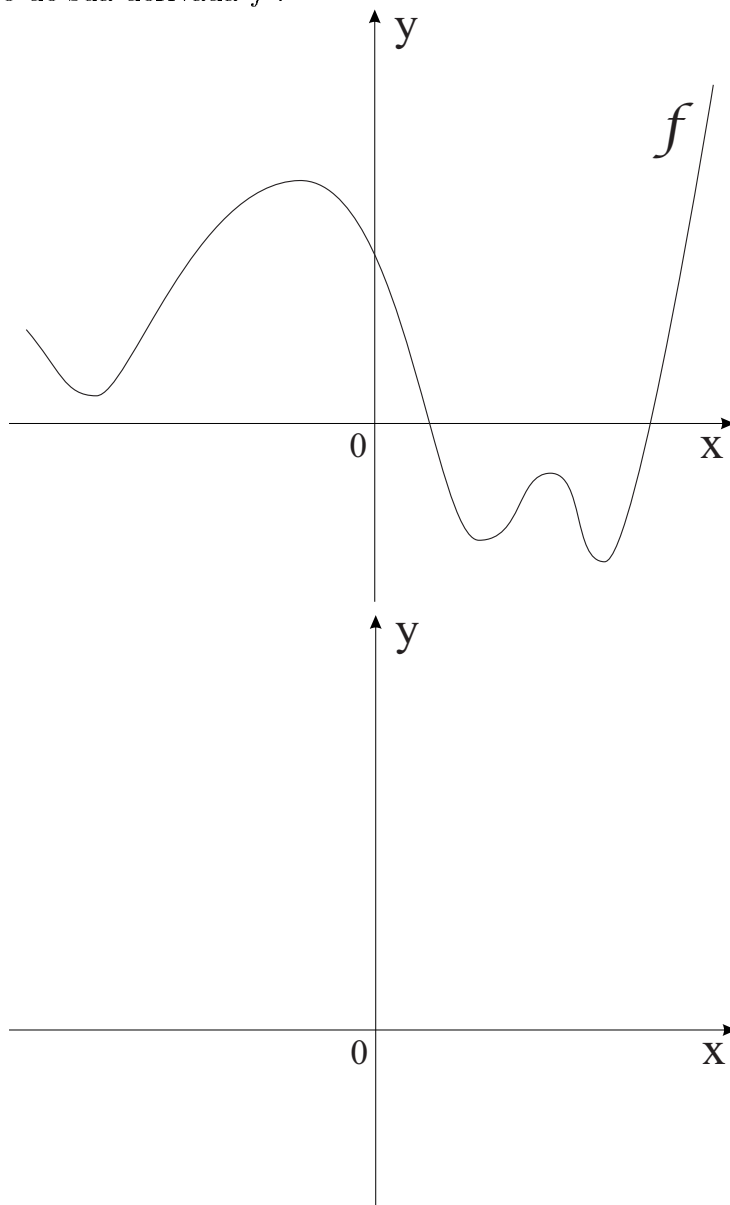
Considere  $f$  a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}, & \text{se } x < 3, \\ 8, & \text{se } x = 3, \\ x^2 - 5x + m, & \text{se } x > 3. \end{cases}$$

- (a) Determine o valor de  $m$  de tal forma que exista  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ .
- (b) Para o valor de  $m$  calculado no item (a), a função  $f$  obtida é contínua?
- (c) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .
- (d) Para o valor de  $m$  calculado no item (a), a função  $f$  obtida é derivável?.

**Questão 5 (Justifique todas as suas respostas): (2,5+opcional: 0,5).**

(a) Considere  $f$  a função definida pelo gráfico abaixo. Faça um esboço do gráfico de sua derivada  $f'$ .



(b) Considere a função  $g(x) = \frac{x^3 - 3x}{4x^2 - 1}$ .

(b<sub>1</sub>) Determine  $g'(x)$ .

(b<sub>2</sub>) Determine a equação da reta tangente ao gráfico da  $g$  em  $x_0 = 1$ .

(c) (OPTIONAL + 0.5) Considere  $f$  a função cujo gráfico é dado na figura abaixo. Sabendo que  $r$  é tangente ao gráfico da função  $f$  em  $x_0$  e a reta  $s$  é perpendicular a reta  $r$ , determine  $f'(x_0)$ .

