



## Instruções – leia atentamente

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas e resoluções.
- Escreva de forma clara, ordenada e legível.
- Somente serão aceitas respostas devidamente **JUSTIFICADAS**.

**Respostas a lápis não serão corrigidas e terão nota ZERO.**

### Questão 1)

Considere a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  cuja matriz na base canônica é:

$$[T]_e = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

a) Determine **todos** os autovalores e os correspondentes autovetores de  $T$ .

b)  $T$  é diagonalizável? Porquê?

c) Ache, se possível, uma base  $\gamma$  na qual

$$[T]_\gamma = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

---

---

### Respostas:

(a)

(b)

(d)

### Resolução:

## Questão 2)

Considere o plano  $\pi$  cuja equação cartesiana é

$$\pi: x + y - 2z = 1.$$

a) Ache a equação vetorial da reta  $r$  que é ortogonal a  $\pi$  e passa pelo ponto  $P = (1, 0, 1)$ .

b) Encontre o ponto  $Q$  que pertence a  $\pi$  e está o mais próximo possível do ponto  $P$ . Ache a distância  $d$  de  $P$  a  $Q$ .

c) Ache a equação cartesiana do plano  $\rho$  tal que: é ortogonal ao plano  $\pi$ , contém a reta  $r$  e contém a reta  $s$  que passa pelo ponto  $Q$  e tem vetor diretor  $(2, 0, 1)$ .

d) Ache explicitamente todos os pontos  $R$  da reta  $s$  tais que a área do triângulo  $PQR$  seja igual a  $\sqrt{30}/6$

---

---

### Respostas:

(a)

$r :$

(b)

$Q =$

$d =$

(c)

$\rho :$

(d)

### Resolução:

### Questão 3)

Decida se as afirmações a seguir são Verdadeiras ou Falsas (Justificando!)

a) O subespaço gerado pelos vetores  $(1, 1, 1)$ ,  $(1, 0, 1)$ ,  $(2, 1, 2)$  e  $(0, 1, 0)$  é um plano.

b) Sejam  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  autovalores distintos e não-nulos de uma transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , com autovetores respectivos  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ . Então o conjunto  $\{T(\vec{v}_1), T(\vec{v}_2)\}$  é L.I.

c) As retas  $r_1 : X(t) = (1+t, 2+t, 3)$  e  $r_2 : Y(t) = (1-t, 1+2t, 5-t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , são reversas.

---

---

#### Respostas:

(a)

(b)

(c)

#### Resolução: