

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO**  
**CICLO BÁSICO DO CTC.**  
**MAT1151 - CÁLCULO A UMA VARIÁVEL**  
**P1 - 14-04-2005**

Nome: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

Matricula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	1,0		
2ª	2,0		
3ª	2,0		
4ª	2,0		
5ª	1,0		
Teste	2,0		
Total	10,0		

- **MANTENHA A PROVA GRAMPEADA.**
- É proibido a utilização de calculadoras.
- **RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVA NÃO SERÃO ACEITAS.**
- Desligue o telefone celular.
- **NÃO É PERMITIDO SAIR DA SALA DURANTE A PROVA.**

**Questão 1 (Justifique todas as suas respostas): (1,0).**

Considere a seguinte proposição: “Se  $x^2 + x - 2 > 0$ , então  $|x - 1| > 3$ ”.

(a) Decida se a proposição é verdadeira ou falsa.

(b) Enuncie a recíproca e decida se a mesma é verdadeira ou falsa.

**Questão 2 (Justifique todas as suas respostas): (2,0).**

(a) Dê um exemplo de uma seqüência decrescente e convergente, cujo limite é o número real  $L = 8$ .

(b) Dê um exemplo de seqüências  $a_n$  e  $b_n$ , tais que  $\lim a_n = \infty$ ,  $b_n$  é não monótona e  $\lim a_n b_n = 0$ .

(c) Calcule

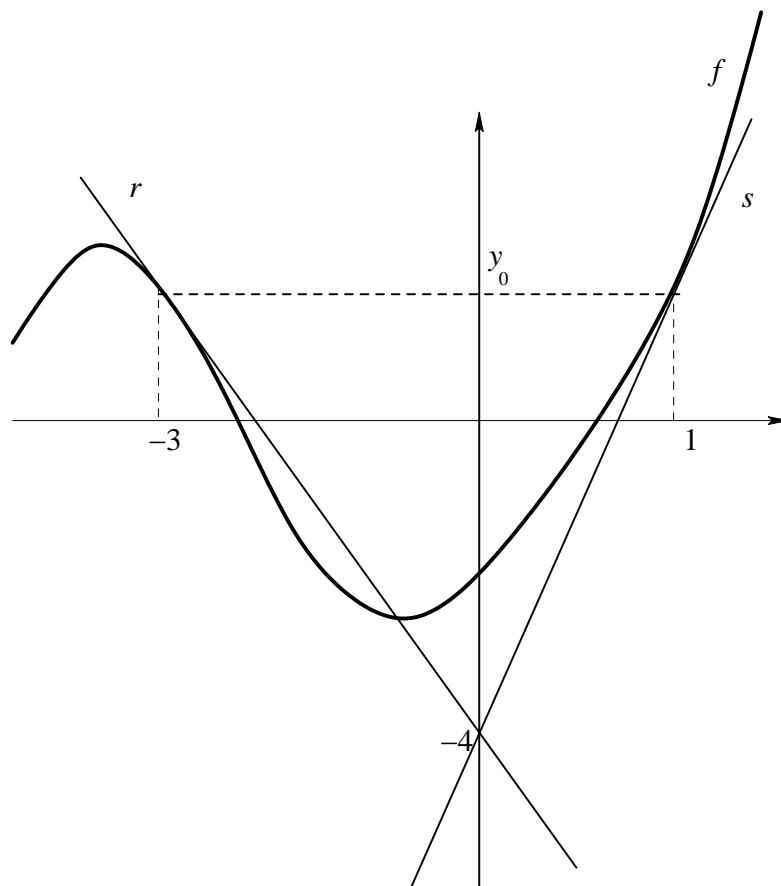
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)(n-3)(2n+5)}{n^3}.$$

(d) Decida se a seguinte proposição é falsa ou é verdadeira:

“ Se  $\lim(a_n + b_n) = 0$ , então  $a_n$  ou  $b_n$  é convergente”

**Questão 3 (Justifique todas as suas respostas): (2,0).**

Considere a função  $f$  cujo gráfico é dado na figura abaixo. Sabendo que as retas  $r$  e  $s$  são tangentes ao gráfico da função  $f$  nos pontos  $x = -3$  e  $x = 1$ , respectivamente, e que  $f'(-3) = -2$ :



- (a) Determine a equação da reta  $r$ .
- (b) Determine  $f(-3)$ .
- (c) Calcule  $f'(1)$ .
- (d) Determine a equação da reta  $s$ .

**Questão 4 (Justifique todas as suas respostas): (2,0).**

Considere  $f$  a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x^5 - 2x^2 + \frac{1}{2}, & \text{se } x \leq -1, \\ mx - 1, & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}, & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

(a) Determine o valor de  $m$  de tal forma que  $f$  seja contínua em  $x = -1$ .

(b) Para o valor de  $m$  calculado no item (a), a função  $f$  obtida é contínua?

(c) Calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(1 + \frac{1}{n})$ .

**Questão 5 (Justifique todas as suas respostas): (1,0).**

Seja  $f(x) = -x^6 + 5x^4 + 2x^3 - 1$ .

- (a) A equação  $f(x) = 0$  tem solução no intervalo  $[0, 1]$ ?
- (b) Se for o caso, calcule uma aproximação para esta solução com erro menor que  $0,6$ .