

G1 de MAT1158 – Cálculo B – 31 de Março de 2011

1. Seja $f(x) = \int_8^{x^3} \frac{\text{sen}(t)}{t} dt$ para $x > 1$

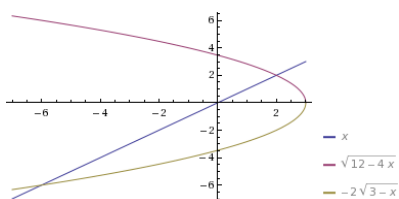
a. (0,4) $f(2) = \int_8^{2^3} \frac{\text{sen}(t)}{t} dt = \int_8^8 \frac{\text{sen}(t)}{t} dt = 0$

b. (0,6+0,3) $f'(x) = \frac{\text{sen}(x^3)}{x^3} \cdot 3x^2 = \frac{3 \cdot \text{sen}(x^3)}{x}$ Mostre que f é crescente no intervalo $[2, 2.1]$, ou seja $f'(x) = \frac{3 \cdot \text{sen}(x^3)}{x} > 0$ em $[2, 2.1]$. É preciso mostrar que $\text{sen}(x^3) > 0$ neste intervalo. Mas sabemos que a função seno é positiva entre 2π e 3π . Além disso, $2\pi < 2^3 < 3\pi$ e $6.28 \cong 2\pi < (2.1)^3 = 9.261 < 3\pi \cong 9.42$

c. (0,7) A equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(2.1, f(2.1))$ é $(y - f(2.1)) = f'(2.1) \cdot (x - 2.1)$ ou seja $(y - 0.0991) = \frac{3 \cdot \text{sen}^3(2.1)}{2.1} \cdot (x - 2.1)$ logo $(y - 0.0991) = \frac{3 \cdot 0.160}{2.1} \cdot (x - 2.1) = 0.2285 \cdot (x - 2.1)$

2. Seja R a região delimitada pelas curvas $4x + y^2 = 12$ e $y = x$.

a. (0,5) Esboce estas duas curvas em um mesmo plano cartesiano



Os pontos de interseção são $(2, 2)$ e $(-6, -6)$

b. (1,5) Calcule a área da região R , delimitada pelas duas curvas acima.

Integrando em y , Área = $\int_{-6}^2 x_{Dir} - x_{Esq} dy = \int_{-6}^2 \left(\frac{12-y^2}{4} \right) - y dy = \left[3y - \frac{y^3}{12} - \frac{y^2}{2} \right]_{y=-6}^{y=2} = \frac{64}{3} u. a.$

3. Calcule as integrais:

a. $\int_1^2 7x\sqrt{x-1} dx$ substituindo $u = x - 1$, $du = dx$ e

$$\int_1^2 7x\sqrt{x-1} dx = \int_{u=0}^{u=1} 7(u+1)\sqrt{u} du = \int_{u=0}^{u=1} 7 \left(u^{3/2} + u^{1/2} \right) du = 7 \left(\frac{u^{5/2}}{5/2} + \frac{u^{3/2}}{3/2} \right) \Big|_{u=0}^{u=1} = \frac{112}{15}$$

b. $\int_{-1}^0 \frac{x}{(x^2+1)^2} dx$ substituindo $u = x^2 + 1$, $du = 2x dx$ e $\frac{1}{2} du = x dx$

$$\int_{-1}^0 \frac{x}{(x^2+1)^2} dx = \frac{1}{2} \int_{u=2}^{u=1} \frac{1}{u^2} du = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{u} \right]_{u=2}^{u=1} = \frac{1}{2} \left(-1 + \frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{4}$$