

P1 de Álgebra Linear I – 2005.2

8 de setembro de 2005.

1)

(a) Considere os planos de equações cartesianas

$$\begin{aligned}\alpha: x - 2y + z &= 1, \\ \beta: 2x - y + 2z &= 2, \\ \gamma: x - 5y + z &= k.\end{aligned}$$

Determine k para que os planos se interceptem ao longo de uma reta.

(b) Considere os planos π e ρ de equações cartesianas

$$\pi: 2x - y + z = 1, \quad \rho: x + 2y + z = 2.$$

Determine a equação cartesiana do plano τ que contém o ponto $(1, 1, 1)$ tal que a interseção dos planos π , ρ e τ seja uma reta r .

(c) Considere os planos π e ρ do item anterior. Estude se existe um plano ν tal que a interseção dos planos π , ρ e ν seja o ponto $(1, 1, 0)$. Em caso afirmativo determine a equação cartesiana de ν . Em caso negativo, justifique cuidadosamente sua resposta.

2) Considere as retas de equações paramétricas

$$r_1: (t, t + 1, 2t - 1), t \in \mathbb{R}, \quad \text{e} \quad r_2: (2t + 1, t, t), t \in \mathbb{R}.$$

(a) Verifique se as retas se interceptam. Em caso afirmativo determine o ponto de interseção, e em caso negativo a distância entre as duas retas.

(b) Escreva a equação cartesiana do plano π que contém a reta r_2 e é paralelo à reta r_1 .

(c) Determine a distância do plano π do item anterior ao ponto $P = (-1, 3, 0)$.

(d) Considere os pontos

$$A = (0, 1, -1) \quad \text{e} \quad B = (1, 0, 0).$$

Determine um ponto C pertencente à reta r_2 que seja equidistante dos pontos A e B .

(e) Considere agora os planos

$$\alpha: x - y + z = 0, \quad \text{e} \quad \beta: 2x + y - 4z = 0.$$

Encontre o plano ν perpendicular a α e β e que passa pelo ponto $(4, 0, -2)$.

3) Considere os pontos de \mathbb{R}^3

$$P = (1, -2, 3), \quad Q = (4, 3, -1), \quad R = (2, 2, 1), \quad S = (5, 7, -3).$$

(a) Mostre que o quadrilátero Σ tendo como vértices os pontos P , Q , R e S é um paralelogramo.

(b) Determine a área do paralelogramo Σ .

(c) Determine a equação cartesiana do plano π que contém o paralelogramo Σ .