

ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

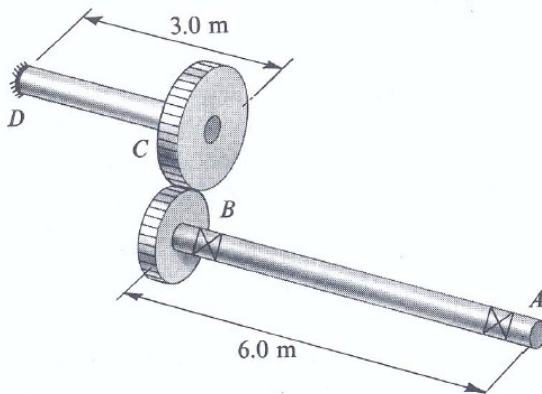
Segunda prova – turma A

29/04/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

Duas engrenagens estão aplicadas a dois eixos de aço ($G=84GPa$) de 50 mm de diâmetro, como mostrado na figura. A engrenagem em B tem diâmetro de 200 mm ; a engrenagem em C tem 400 mm de diâmetro. A extremidade D está engastada, não podendo girar.

- Calcular o ângulo de rotação da seção A se nesta seção é aplicado um torque de 560 Nm .
- Qual é a máxima tensão de cisalhamento?



$$\tau = \frac{Tr}{J}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\Delta\varphi = \frac{T \Delta L}{GJ}$$

Resposta:

Quando eixos são ligados por engrenagens, como mostrado, o torque é proporcional à relação entre os diâmetros das engrenagens, já que as forças atuantes entre os dentes das engrenagens são iguais.

Dado: torque no trecho $AB = 560\text{ Nm}$. Calculado: torque no trecho $CD = 560 \frac{400}{200} = 1120\text{ Nm}$.

Resposta:

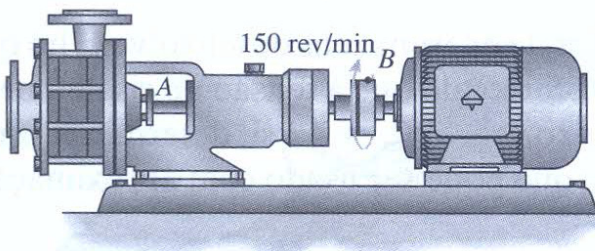
$$a) \Delta\varphi_{CD} = \frac{1120\text{ Nm} \times 3\text{ m}}{84 \times 10^9 \text{ Pa} \times \pi \times 0,025^4 \text{ m}^4 / 2} = 0,0652\text{ rad} \quad \Delta\varphi_{AB} = \frac{560\text{ Nm} \times 6\text{ m}}{84 \times 10^9 \text{ Pa} \times \pi \times 0,025^4 \text{ m}^4 / 2} = 0,0652\text{ rad}$$

Portanto, $\Delta\varphi_{AD} = \Delta\varphi_{AB} + \Delta\varphi_{CD} = 0,1304\text{ rad}$

$$b) \tau_{\text{máx}} = \frac{1120\text{ Nm} \times 0,025\text{ m}}{\pi \times 0,025^4 \text{ m}^4 / 2} = 45,633\text{ MPa}$$

2ª Questão (2,5 pontos)

A bomba ilustrada abaixo opera com um motor que tem potência de 85 W . Supondo que o impulsor em B esteja girando a 150 revoluções por minuto, determinar a tensão de cisalhamento máxima desenvolvida em A , localizada no eixo de transmissão, que tem 20 mm de diâmetro.



$$P = 2\pi nT; \quad \tau(x, \rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi \int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

Resposta:

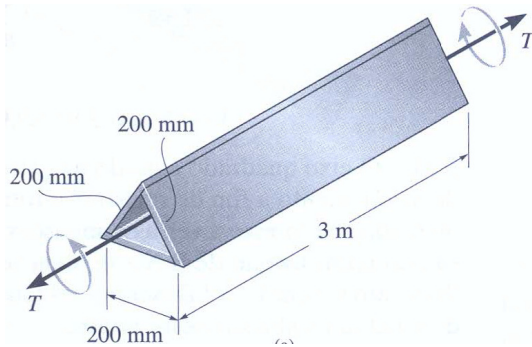
$$T = 85 / (2\pi \times 150 / 60) = 5,411\text{ Nm}$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{5,411 \times 0,01}{\pi \times 0,01^4 / 2} = 3,445\text{ MPa}$$

3ª Questão (2,5 pontos)

O tubo fino da figura abaixo é feito de três chapas de aço ($G = 84 \text{ GPa}$), com 5 mm de espessura cada, de modo que tem seção transversal triangular de 200 mm de lado, em média.

Determinar o torque máximo T ao qual o tubo pode ser submetido se a tensão de cisalhamento admissível é $\tau_{adm} = 90 \text{ MPa}$ e ele está restrito a uma torção de não mais que $\varphi = 2 \times 10^{-3} \text{ rad}$.



$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t}$$

$$d\varphi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G} \int_{C_m} \frac{ds}{t} dx$$

Resposta:

$$A_m = 0,2^2 \sqrt{3} / 4 = 0,01732 \text{ m}^2$$

$$C_m = 3 \times 0,2 = 0,6 \text{ m}$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{T}{2 \times 0,01732 \text{ m}^2 \times 0,005 \text{ m}} \leq 90 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow T \leq 15,59 \text{ kNm}$$

$$\Delta\varphi = \frac{T \times 3 \text{ m} \times 0,6 \text{ m}}{4 \times 0,01732^2 \text{ m}^4 \times 84 \text{ GPa} \times 0,005 \text{ m}} \leq 2 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

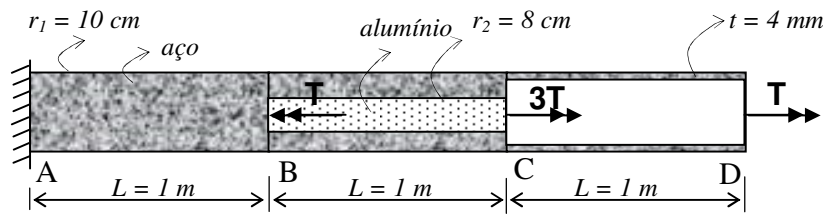
$$\Rightarrow T \leq 560 \text{ Nm}$$

Portanto, $T_{m\acute{a}x} = 560 \text{ Nm}$

4ª Questão (2,5 pontos)

O eixo composto de aço e alumínio da figura está submetido aos torques indicados, em que $T = 40 \text{ kN.m}$. O eixo consiste em um segmento AB todo de aço, acoplado a outro segmento BC com núcleo de alumínio encamisado por um tubo vazado de aço, que por sua vez se acopla ao tubo de parede fina de aço CD . O comprimento de cada segmento é $L = 1 \text{ m}$, os raios são $r_1 = 10 \text{ cm}$ e $r_2 = 8 \text{ cm}$ e a espessura é $t = 4 \text{ mm}$. Os módulos de elasticidade transversal do aço e do alumínio são $G_{aço} = 84 \text{ GPa}$ e $G_{al} = 28 \text{ GPa}$. Calcular

- a rotação da extremidade D ;
- as tensões máximas que ocorrem no trecho BC para o aço e o alumínio.



$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T(x)}{2\pi \int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

$$\tau(\rho, x) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi \int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

Resposta

Diagrama de torques: $3T$ $4T$ T

Rotação da extremidade D ;

$$\phi_{AD} = \frac{40 \times 1}{28 \times 10^6 \pi} \left(\frac{3}{3 \times 0,1^4 / 2} + \frac{4}{(0,08^4 + 3(0,1^4 - 0,08^4)) / 2} + \frac{1}{2 \times 3 \times 0,1^3 \times 0,004} \right) = 0,0447 \text{ rad}$$

Tensão máxima no alumínio no trecho BC :

$$\tau_{al}^{BC} = \frac{4 \times 40 \times 28 \times 10^6 \times 0,08}{28 \times 10^6 (0,08^4 + 3(0,1^4 - 0,08^4)) \pi / 2} = 37,366 \text{ MPa}$$

Tensão máxima no aço no trecho BC :

$$\tau_{aço}^{BC} = \frac{4 \times 40 \times 84 \times 10^6 \times 0,1}{28 \times 10^6 (0,08^4 + 3(0,1^4 - 0,08^4)) \pi / 2} = 140,122 \text{ MPa}$$