ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

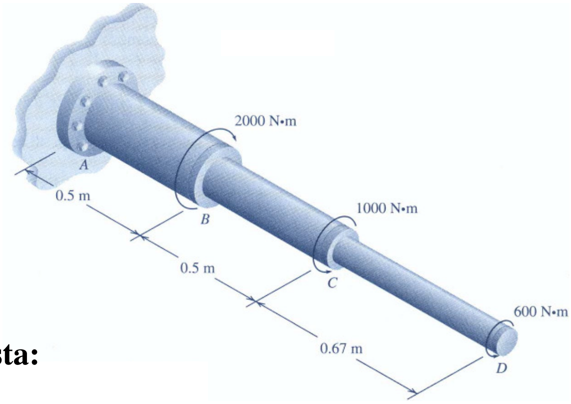
Segunda prova – turma C 29/04/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

Um eixo metálico de diâmetro variável está submetido aos torques indicados na figura. Os diâmetros dos segmentos *AB, BC* e *CD* são *60, 40* e *20 mm*. O módulo de elasticidade transversal é $G = 75\ GPa$.

a) Calcular a máxima tensão de cisalhamento em cada segmento do eixo.

b) Representar o gráfico de rotação por torção ao longo do eixo, a partir da seção fixa em *A*.

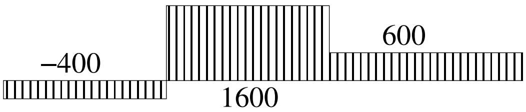


$$\tau = \frac{Tr}{J}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\Delta\varphi = \frac{T\,\Delta L}{GJ}$$

Resposta:



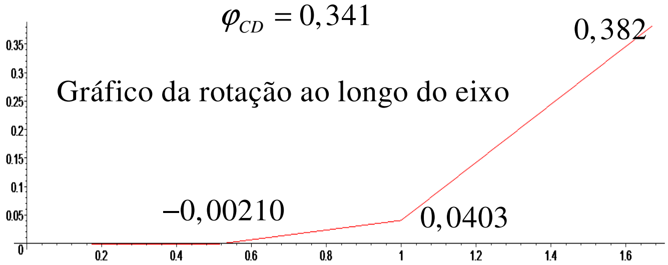
$$\varphi_{AB} = -0,00210$$
$$\varphi_{BC} = 0,0424$$
$$\varphi_{CD} = 0,341$$

a) $$\left|\tau_{máx}^{AB}\right| = \frac{400Nm\times16}{\pi 0,06^3 m^3} = 9,431MPa$$

$$\tau_{máx}^{BC} = \frac{1600Nm\times16}{\pi 0,04^3 m^3} = 127,324MPa$$

$$\tau_{máx}^{CD} = \frac{600Nm\times16}{\pi 0,02^3 m^3} = 381,972MPa$$

b)



2ª Questão (2,5 pontos)

O tubo de aço ($G = 84\ GPa$) de uma perfuratriz de petróleo tem diâmetro externo de *11,43 cm* (*4,5 pol*) e espessura de *0,635 cm* (*0,25* pol). Supondo que o tubo gire a 650 revoluções por minuto quando acionado por um motor de *15 hp* (*1 hp = 735,5 W*), determinar

a) a tensão de cisalhamento máxima desenvolvida,

b) a rotação de uma seção por metro de comprimento do tubo.

$$P = 2\pi nT \ ; \quad \tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

Resposta:

$$T = \frac{15\times735,5}{2\pi\times650/60} = 162,08Nm$$

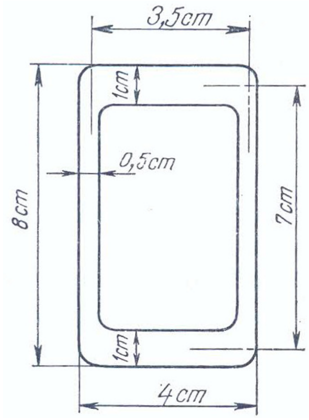
a) $$\tau_{máx} = \frac{162,08Nm\times0,1143m/2}{\pi\left(0,1143^4 - 0,1016^4\right)m^4/32} = 1,471MPa$$

b) $$\Delta\varphi/m = \frac{162,08Nm}{84GPa\times\pi\left(0,1143^4 - 0,1016^4\right)m^4/32} = 306\times10^{-6}\,rad/m$$

3ª Questão (2,5 pontos)

O tubo de parede fina da figura abaixo é feito de aço (*G = 84 GPa*) e tem as dimensões indicadas.

Determinar o torque máximo **T** ao qual o tubo pode ser submetido se a tensão de cisalhamento admissível é $\tau_{adm} = 90MPa$ e ele está restrito a uma torção, por unidade de comprimento, de não mais que $\varphi = 2\times10^{-3}\,rad$.



$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t} \qquad\qquad d\varphi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m}\frac{ds}{t}\,dx$$

Resposta:

$A_m = 3,5\times 7cm^2 = 0,00245m^2$

$\int_{C_m} ds/t = 2\times(3,5/1 + 7/0,5) = 35$

$$\tau_{máx} = \frac{T}{2\times 0,00245m^2\times 0,005m} \le 90MPa \qquad \Rightarrow T \le 2,205kNm$$

$$\Delta\varphi / m = \frac{T\times 35}{4\times 0,00245^2 m^4\times 84GPa} \le 2\times10^{-3}\,rad/m \qquad \Rightarrow T \le 0,115248kNm$$

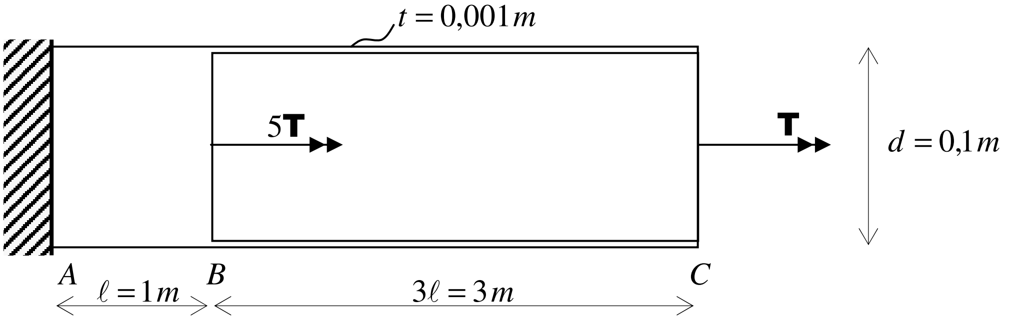
Portanto, $T_{máx} = 0,115248kNm$

4ª Questão (2,5 pontos)

Um eixo está submetido a torção, conforme mostrado na figura, para $\mathbf{T}$ = 10 k*Nm*. O trecho AB tem seção transversal quadrada cheia, de lado *d = 0,1 m*. O trecho BC tem seção transversal quadrada de parede fina, de lado médio *d = 0,1 m* e espessura *t = 0,001 m*. O módulo de elasticidade transversal do material é *G = 80GPa*. Calcular:

a) a rotação da seção C em relação à seção A;

b) a máxima tensão de cisalhamento no tubo.



Fórmulas para eixo de seção transversal retangular:

$$\tau_{máx} = \frac{\mathbf{T}}{\alpha ab^2} \qquad \Delta\phi = \frac{\mathbf{T}L}{\beta ab^3 G}$$

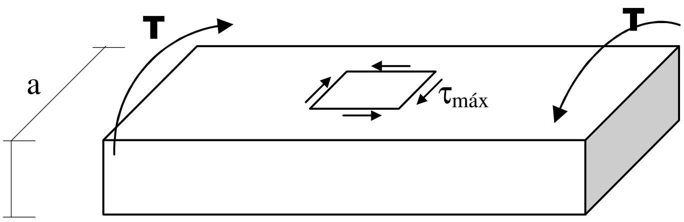


Tabela para obtenção dos coeficientes α e β

a/b	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
α	0,208	0,219	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,312	0,333
β	0,141	0,166	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

Fórmulas para eixo de seção transversal de parede fina:

$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t} \qquad d\phi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m}\frac{ds}{t}\,dx$$

Resposta:

Tem-se por equilíbrio um torque de 6$\mathbf{T}$ aplicado ao trecho AB e de $\mathbf{T}$ aplicado ao trecho BC. O trecho AB tem seção transversal quadrada cheia, portanto de lados a = b = d. Obtém-se para a/b = 1 na tabela que $\alpha = 0{,}208$ e $\beta = 0{,}141$. O trecho BC tem seção transversal quadrada de parede fina, de lado *d = 0,1 m*, espessura *t = 0,001 m*, perímetro $C_m = 4d = 0{,}4m$ e área compreendida pelo perímetro $A_m = d^2 = 0{,}01m^2$.

a) Rotação da seção C em relação à seção A: $\phi_{AC} = \phi_{AB} + \phi_{BC} = \dfrac{6\mathbf{T}\ell}{\beta d^4 G} + \dfrac{\mathbf{T}3\ell}{4\times d^4 G}\dfrac{4d}{t}$

$$\therefore \phi_{AC} = \frac{6\times10\times10^3\times1}{0{,}141\times0{,}1^4\times80\times10^9} + \frac{10\times10^3\times3\times1}{4\times0{,}1^4\times80\times10^9}\frac{4\times0{,}1}{0{,}001} = 0{,}05319 + 0{,}375 = 0{,}42819\,rad$$

b) Tensão máxima no trecho AB: $\tau = \dfrac{6\mathbf{T}}{\alpha d^3} = \dfrac{6\times10\times10^{-3}}{0{,}208\times0{,}1^3} = 288{,}462\ MPa$

Tensão no trecho BC: $\tau = \dfrac{\mathbf{T}}{2d^2 t} = \dfrac{10\times10^{-3}}{2\times0{,}1^2\times0{,}001} = 500\ MPa$ $\qquad \boxed{\therefore \tau_{máx} = 500\ MPa}$