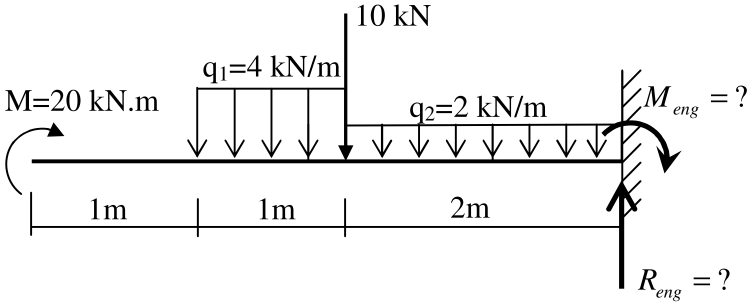
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Terceira prova – turma C 25/11/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

Calcular as reações R_{eng} e M_{eng} do engaste da viga ao lado.



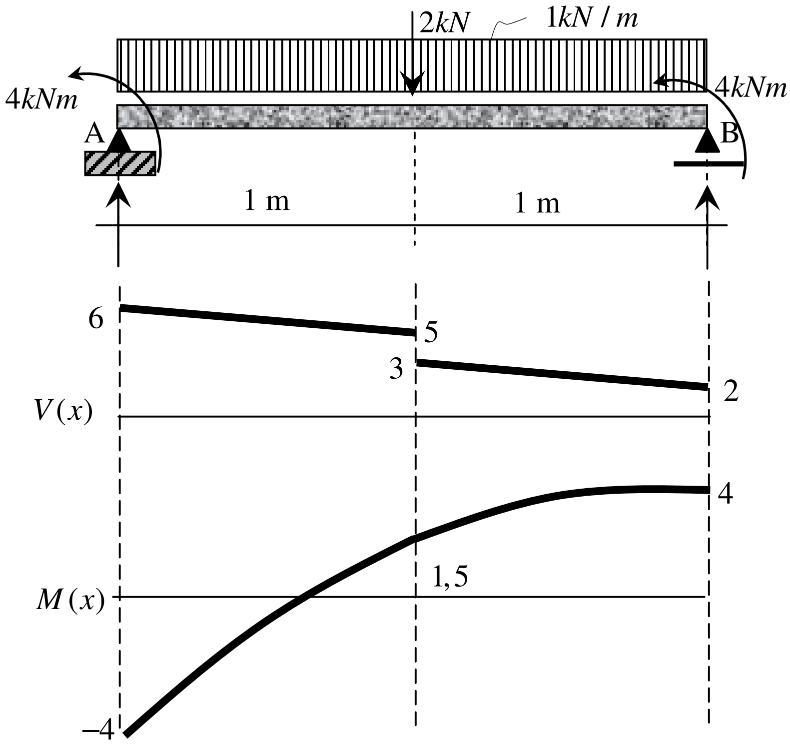
Resposta:

$R_{eng} = 18kN$ (para cima)

$M_{eng} = 14kNm$ (sentido horário)

2ª Questão (2,5 pontos)

Determinar as expressões e traçar os diagramas de força cortante e momento de flexão da viga ao lado. As reações de apoio são $R_A = 6kN$ e $R_B = -2kN$.



Resposta:

Expressão analítica do esforço cortante (em kN):

$0 < x < 1$: $V(x) = -x + 6\ kN$

$1 < x < 2$: $V(x) = -x + 4\ kN$

Expressão analítica do momento fletor (em kNm):

$0 < x \leq 1$:

$M(x) = -x^2/2 + 6x - 4\ kNm$

$1 \leq x < 2$:

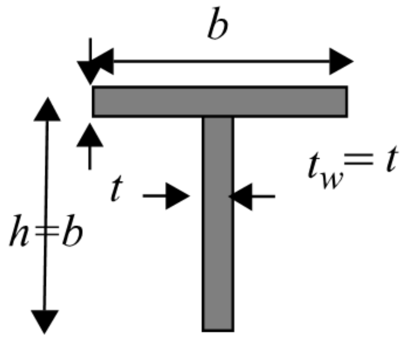
$M(x) = -x^2/2 + 4x - 2\ kNm$

3ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga, conforme indicado ao lado, é feita pela união de duas vigas idênticas, de seção transversal *bh*. Calcular, em função de *b, h* e o módulo de elasticidade *E*,

a) onde passa a linha neutra da seção da viga,

b) o valor da rigidez à flexão $\int_A Ey^2 dA$.



Resposta:

Posição da linha neutra z (distância y_c a partir do topo da seção transversal):

$$y_c = \frac{bh \times h/2 + bh \times (h + b/2)}{2bh} = \frac{3h+b}{2}$$

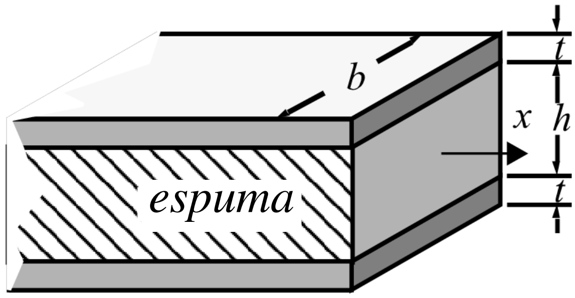
Integral $\int_A Ey^2 dA \equiv E_2 I_{eq}$ da seção em relação a z:

$$\int_A Ey^2 dA = E\left[\left(\frac{bh^3}{12} + bh\left(h/2 - (3h+b)/2\right)^2\right) + \left(\frac{hb^3}{12} + bh\left(h + b/2 - (3h+b)/2\right)^2\right)\right] = E\frac{bh\left(4h^2+3bh+b^2\right)}{3}$$

Obs.: Como o desenho não está muito claro, eventuais desvios de interpretação da geometria foram considerados como corretos, durante a correção das provas.

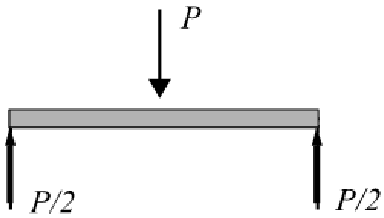
4ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga composta é feita com um núcleo espuma de poliuretano sólido de espessura h e duas folhas de alumínio, ambas de espessura $t = h/20$. O módulo de elasticidade E do poliuretano é $1/30$ do alumínio. A viga é simplesmente apoiada, de comprimento L, e tem uma carga P no meio, como indicado abaixo. Calcule, em função de P, b, h e L,



a) a tensão de cisalhamento τ_{xy} na interface entre poliuretano e alumínio,

b) a máxima tensão normal σ_x no alumínio.



Resposta:

Força cortante máxima na viga: $V_{máx} = P/2$

Momento de flexão máximo na viga: $M_{máx} = PL/4$

A linha neutra passa no meio da seção. A resistência à flexão vale, para $E_{al} = 30E_{pol}$ e $t = h/20$,

$$\int_A Ey^2 \mathrm{d}A = E_{pol}\left[30\left(\frac{b(h+2t)^3}{12} - \frac{bh^3}{12}\right) + \frac{bh^3}{12}\right] = E_{pol}\left[\frac{bh^3}{12} + 15bh^2t + 30bht^2 + 20bt^3\right] = E_{pol}\frac{1093bh^3}{1200}$$

a) A interface entre poliuretano e alumínio ocorre para $y = h/2$. Portanto,

$$\int_y^{y_{máx}} Ey\,dA = \int_{h/2}^{h/2+t} Ey\,dA = E_{pol}\left[30bt\,(h+t)/2\right] = \frac{63bh^2}{80} \text{ e}$$

$$\tau_{xy}(y = h/2) = \frac{V}{b\int_A Ey^2 \mathrm{d}A}\int_{h/2}^{h/2+t} Ey\,dA = \frac{P \times E_{pol} 63bh^2 \times 1200}{2bE_{pol} 1093bh^3 \times 80} = \frac{945P}{2186bh}$$

b) O momento de flexão máximo ocorre para $M_{máx} = PL/4$ e $y = h/2 + t$:

$$\sigma_x(y = h/2+t) = \frac{E_{al} PL \times (y = h/2+t) \times 1200}{4E_{pol} \times 1093bh^3} = \frac{4950PL}{1093bh^2}$$