ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

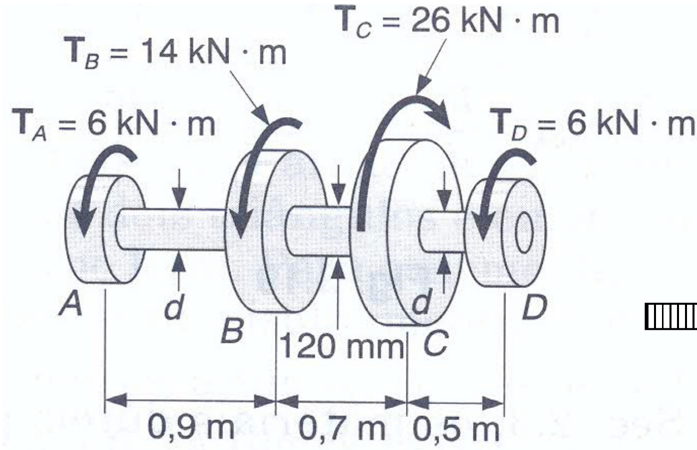
Segunda prova – turma A 21/10/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

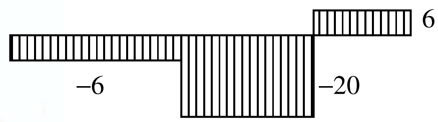
O eixo *BC,* de seção circular, é vazado e tem diâmetros interno e externo de 90*mm* e 120*mm*. Os eixos *AB* e *CD* são maciços, com diâmetro *d*. Determinar, para o carregamento indicado,

a) o valor máximo e o valor mínimo da tensão de cisalhamento no eixo BC;

b) qual o diâmetro necessário nos eixos *AB* e *CD* se a tensão admissível no material é 65*MPa*.



$$\tau(x,\rho)=\frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)}G\rho^3\mathrm{d}\rho}$$



Resposta:

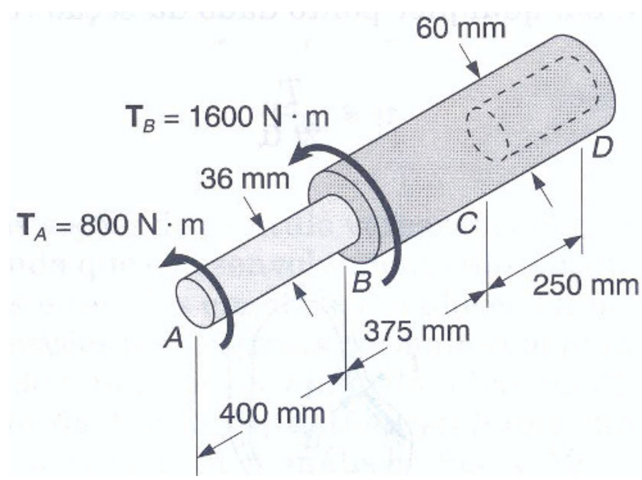
O diagrama de torques (em *kNm*) está dado ao lado da figura.

a) $\tau_{BC}^{máx}=\dfrac{20kNm\times0,06m}{\pi\left(0,06^4-0,045^4\right)m^4/2}=86,230MPa$; $\tau_{BC}^{mín}=\dfrac{20kNm\times0,045m}{\pi\left(0,06^4-0,045^4\right)m^4/2}=64,672MPa$;

b) $\tau_{AB}^{máx}=\tau_{CD}^{máx}=\dfrac{6kNm}{\pi d^3/16}=65MPa \quad\Rightarrow\quad d=0,0778m$

2ª Questão (2,5 pontos)

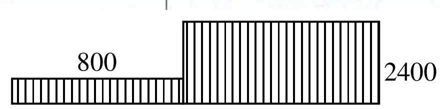
Uma barra de alumínio *AB* (*G = 26 GPa*) é ligada a uma barra de latão *BCD* (*G = 39 GPa*), que está fixada em *D*. Sabendo-se que o trecho *CD* da barra é vazado e tem um diâmetro interno de 40 *mm*, determinar o ângulo de torção entre as seções *A* e *D*.



$$\frac{d\varphi}{dx}=\frac{T(x)}{2\pi\int_0^{r(x)}G\rho^3d\rho} \qquad \tau\left(x,\rho\right)=\frac{T\left(x\right)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)}G\rho^3d\rho}$$

Resposta:

O diagrama de torques (em *Nm*) está dado ao lado.



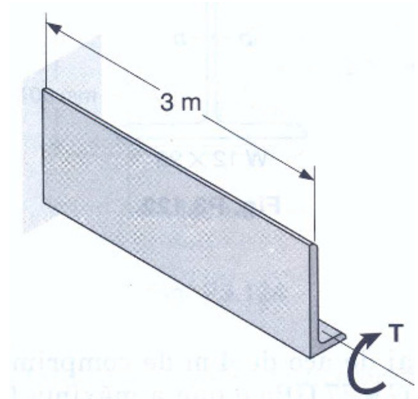
$$\Delta\varphi=\frac{2}{10^9\pi}\left(\frac{800\times0,4}{0,018^4\times26}+\frac{2400\times0,375}{0,03^4\times39}+\frac{2400\times0,250}{(0,03^4-0,02^4)\times39}\right)=0,1078rad$$

3ª Questão (2,5 pontos)

Um perfil cantoneira *L203*x*152*x*12,7* de aço, com 3 m de comprimento, tem uma espessura de seção de 12,7 *mm* e área da seção transversal de 4350 mm^2. Sabendo-se que $\tau_{adm} = 50MPa$ e $G = 77GPa$, e desprezando-se o efeito de concentração de tensões, determinar

a) o maior torque **T** que pode ser aplicado,

b) o correspondente ângulo de torção.



Fórmulas para eixo de seção transversal retangular:

$$\tau_{máx} = \frac{\mathbf{T}}{\alpha ab^2} \qquad \Delta\phi = \frac{\mathbf{T}L}{\beta ab^3 G}$$

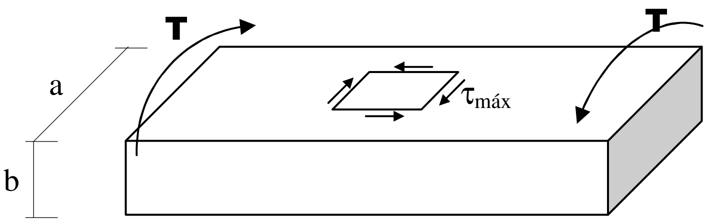


Tabela para obtenção dos coeficientes α e β

a/b	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
α	0,208	0,219	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,312	0,333
β	0,141	0,166	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

Resposta:

A seção pode ser calculada como sendo retangular, com $a \approx 203 + 152 - 12,7 = 342,5mm$ e $b = 12,7mm$, com uma relação $a/b = 342,5/12,7 \to \infty$ e, consequentemente, $\alpha = \beta = 0,333$. Observe que também se pode obter o valor de *a* dividindo a área fornecida, 4350 mm^2, por $b = 12,7mm$.

a) $\tau_{máx} = \dfrac{\mathbf{T}}{0,333 \times 0,3425 \times 0,0127^2 m^3} = 50MPa \quad \Rightarrow \quad \mathbf{T} = 919,77Nm$

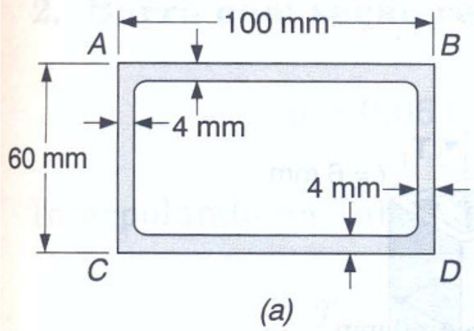
b) $\Delta\varphi = \dfrac{919,77 \times 3}{0,333 \times 0,3425 \times 0,0127^3 \times 77 \times 10^9} = 0,1534rad$

4ª Questão (2,5 pontos)

Dois tubos, cujas seções transversais estão indicadas abaixo (*a* e *b*), são feitos do mesmo material, têm o mesmo comprimento e estão submetidos ao mesmo torque. Comparar a eficiência destes tubos,

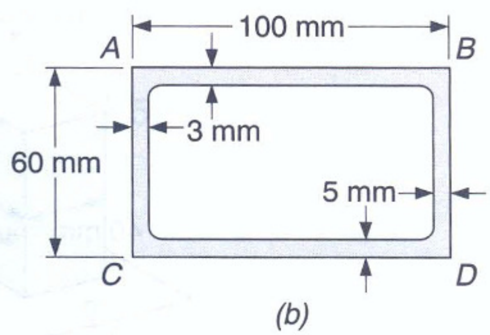
a) em termos de tensão máxima a que estão submetidos;

b) em termos de resistência à rotação.



$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t}$$

$$d\varphi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m}\frac{ds}{t}\,dx$$



Resposta

Para a seção transversal da esquerda:

$$A_m = (100-4)\times(60-4)mm^2 = 0,005376m^2\;;\quad \int_{C_m}\frac{ds}{t} = 2\frac{60-4+100-4}{4} = 76$$

Para a seção transversal da direita:

$$A_m = (100-1,5-2,5)\times(60-1,5-2,5)mm^2 = 0,005376m^2\;;\quad \int_{C_m}\frac{ds}{t} = \frac{96}{5}+\frac{56}{5}+\frac{96}{3}+\frac{56}{3} = \frac{1216}{15}$$

Então,

$$\tau_{máx}^{esq} = \frac{\mathbf{T}}{2\times 0,00537m^2\times 4\times 10^{-3}m},\quad \tau_{máx}^{dir} = \frac{\mathbf{T}}{2\times 0,00537m^2\times 3\times 10^{-3}m}\quad\Rightarrow\quad \tau_{máx}^{esq}/\tau_{máx}^{dir} = 3/4 = 0,75$$

$$\Delta\varphi^{esq}/m = \frac{\mathbf{T}\times 76}{4\times\left(0,005376m^2\right)^2\times G},\quad \Delta\varphi^{dir}/m = \frac{\mathbf{T}\times 1216/15}{4\times\left(0,005376m^2\right)^2\times G}$$

$$\Rightarrow\quad \Delta\varphi^{esq}/\Delta\varphi^{esq} = \frac{76\times 15}{1216} = \frac{15}{16} = 0,9375$$

Portanto, a seção da esquerda, embora tenha a mesma área da seção da direita, é mais eficiente tanto em temos de tensão máxima atuante (apenas 75%) como de rotação à torção (apenas 93,75%).