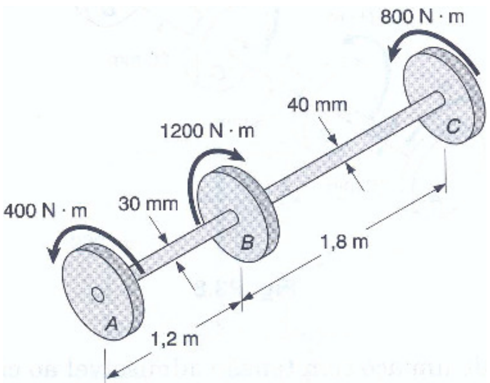
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Segunda prova – turma C 21/10/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

O eixo indicado abaixo tem torques aplicados nas polias *A, B* e *C*. Sabendo-se que ambos os eixos são maciços, determinar a máxima tensão de cisalhamento

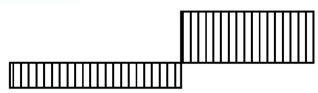
a) no eixo *AB*;
b) no eixo *BC*.



$$\tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 \mathrm{d}\rho}$$

Resposta:

Diagrama de torques (em *Nm*):

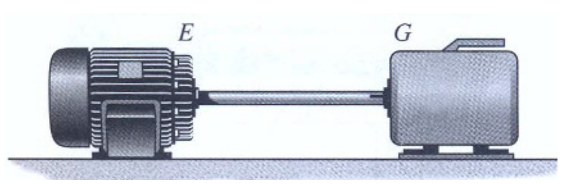


a) $\tau_{AB}^{máx} = \frac{400Nm}{\pi 0{,}015^3 m^3/2} = 75{,}45MPa$;   b) $\tau_{BC}^{máx} = \frac{800Nm}{\pi 0{,}02^3 m^3/2} = 63{,}66MPa$

2ª Questão (2,5 pontos)

Um eixo tem 3 *m* de comprimento e seção circular vazada de diâmetro externo de 60 *mm*. Quando gira a 60 *rad/s*, transmite 30 *kW* de potência do motor *E* para o gerador *G*. Determinar a menor espessura do eixo se (a) a tensão de cisalhamento admissível é $\tau_{adm} = 150MPa$ e (b) o eixo está impedido de torcer mais que 0,08 *rad*. Observação, o módulo de elasticidade deveria ser considerado igual a 84 GPa (este dado foi omitido na prova).

$$P = 2\pi nT$$



$$\tau(x,\rho) = \frac{T(x)G\rho}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}; \qquad \frac{d\varphi}{dx} = \frac{T(x)}{2\pi\int_0^{r(x)} G\rho^3 d\rho}$$

Resposta:

$$\mathbf{T} = \frac{30kW}{60\,rad/s} = 500Nm$$

$$\tau_{máx} = \frac{500Nm \times 0{,}03m}{\pi\left(0{,}03^4 - r_i^4\right)m^4/2} \le \tau_{adm} = 150MPa \quad \Rightarrow \quad r_i \le 0{,}02939m$$

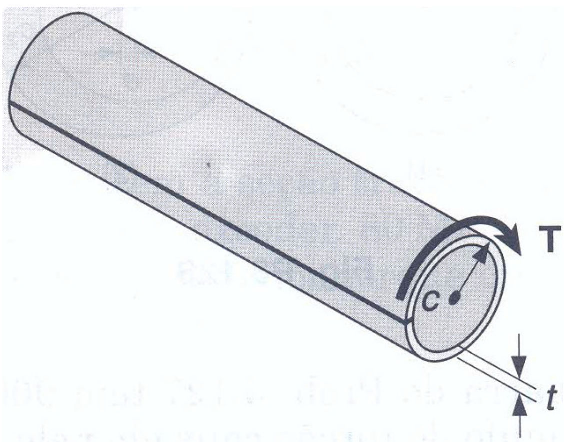
$$\Delta\varphi = \frac{500Nm \times 3m}{\pi\left(0{,}03^4 - r_i^4\right)m^4 \times 84 \times 10^9\,Pa/2} \le 0{,}08rad \quad \Rightarrow \quad r_i \le 0{,}02859m$$

Portanto, a menor espessura do eixo deve ser $t_{mín} = 0{,}03 - 0{,}02859 = 0{,}00141m = 1{,}41mm$

(É um tubo de parece fina e poderia ter sido analisado como tal, resultando respectivamente em $t_{mín} \ge 0{,}59mm$ e $t_{mín} \ge 1{,}31mm$.)

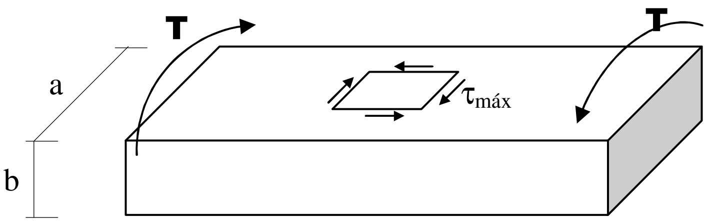
3ª Questão (2,5 pontos)

Um tubo de parede fina foi fabricado pelo encurvamento de uma placa de metal, de espessura *t*, com suas bordas soldadas de tal modo que tomasse a forma de um cilindro de raio *c*, como indicado na figura. Um torque **T** é aplicado ao tubo, produzindo uma tensão de cisalhamento τ_1 e um ângulo de torção ϕ_1. Chamando de τ_2 e ϕ_2 a tensão de cisalhamento e o ângulo de torção que ocorrerão se a solda falhar, determinar as relações τ_2/τ_1 e ϕ_2/ϕ_1 em termos da relação c/t.



Tubo de parede fina:

$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2\pi r^2 t} \qquad \Delta\phi = \frac{\mathbf{T}L}{2\pi r^3 tG}$$



Fórmulas para eixo de seção transversal retangular: $\tau_{máx} = \dfrac{\mathbf{T}}{\alpha \mathrm{ab}^2}$ $\qquad \Delta\phi = \dfrac{\mathbf{T}\mathrm{L}}{\beta \mathrm{ab}^3 G}$

Tabela para obtenção dos coeficientes α e β

a/b	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	∞
α	0,208	0,219	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,312	0,333
β	0,141	0,166	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,312	0,333

Resposta:

1) Para o tubo de seção circular (intacto):

$$\tau_1 = \frac{\mathbf{T}}{2\pi c^2 t}: \quad \Delta\varphi_1 = \frac{\mathbf{T}L}{2\pi c^3 tG}$$

2) Para o tubo sem a solda, a seção é retangular com $a = 2\pi r$, $b = t$, $a/b = 2\pi r/t \to \infty$ e, pela tabela dada, $\alpha = \beta \approx 1/3$. Portanto,

$$\tau_2 = \frac{\mathbf{T}}{1/3 \times 2\pi c t^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{\mathbf{T}}{1/3 \times 2\pi c t^2}\frac{2\pi c^2 t}{\mathbf{T}} = 3\frac{c}{t}$$

$$\Delta\varphi_2 = \frac{\mathbf{T}L}{1/3 \times 2\pi c t^3 G} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi_1} = \frac{\mathbf{T}L}{1/3 \times 2\pi c t^3 G}\frac{2\pi c^3 tG}{\mathbf{T}L} = 3\left(\frac{c}{t}\right)^2$$

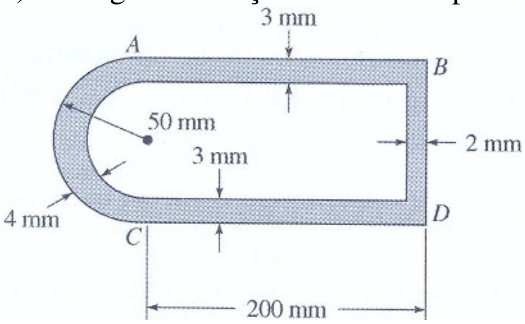
(Este exercício está na apostila do curso e foi feito em sala de aula!)

4ª Questão (2,5 pontos)

Um tubo de liga de alumínio ($G = 28\ GPa$), de parede fina, está submetido a um torque **T** = 2 *kNm*. Calcule

a) a tensão cisalhante máxima;

b) O ângulo de torção em um comprimento de 2 m.



$$\tau = \frac{\mathbf{T}}{2A_m t} \qquad d\varphi = \frac{\mathbf{T}}{4A_m^2 G}\int_{C_m} \frac{ds}{t}\, dx$$

Resposta:

$$A_m = (200-1)\times(100-3) + \pi\,(50-2)^2 / 2\ mm^2 = 19303 + 1152\pi\ mm^2 \approx 0{,}022922 m^2$$

$$\int_{C_m} \frac{ds}{t} = \frac{2\times 199}{3} + \frac{97}{2} + \frac{48\pi}{4} = \frac{1087}{6} + 12\pi \approx 218{,}87$$

a) $$\tau_{máx} = \frac{2kNm}{2\times 0{,}022922 m^2 \times 2\times 10^{-3} m} = 21{,}813 MPa$$

b) $$\Delta\varphi/m = \frac{2000 Nm \times 2m \times 218{,}87}{4\times\left(0{,}022922 m^2\right)^2 \times 28\times 10^9\ Pa} = 0{,}01488 rad$$