

**1ª Questão (2,5 pontos)**

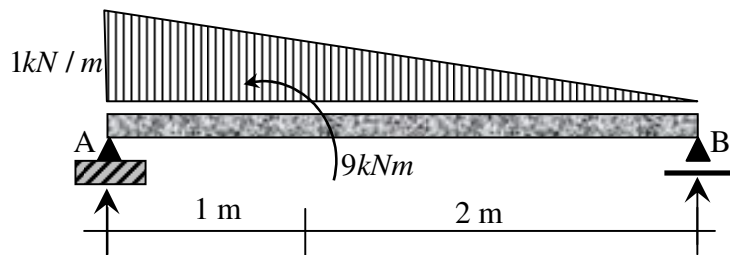
Calcular as reações de apoio da viga ao lado.

**Resposta:**

$$R_A = 4kN \text{ (para cima)}$$

$$R_B = -2,5kN \text{ (para baixo)}$$

Verificação:  $R_A + R_B = 1,5kN$



**2ª Questão (2,5 pontos)**

Determinar as expressões e traçar os diagramas de força cortante e momento de flexão da viga ao lado. As reações de apoio são  $R_A = -2,5N$  e  $R_B = 14,5N$ .

**Resposta:**

Expressão analítica do esforço cortante (em kN):

$$0 < x < 2: V(x) = -3x^2/2 - 2,5 N$$

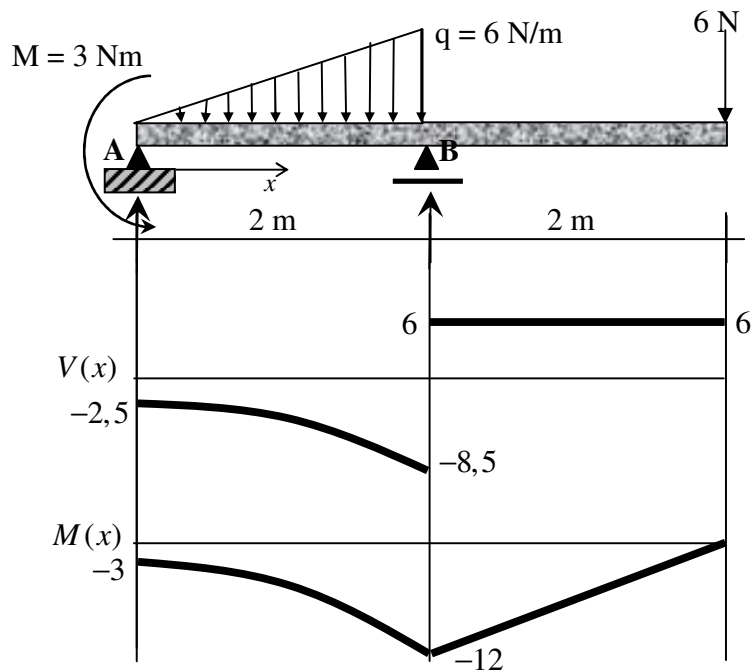
$$2 < x < 4: V(x) = 6 N$$

Expressão analítica do momento fletor (em kNm):

$$0 < x \leq 2:$$

$$M(x) = -x^3/2 - 2,5x - 3 Nm$$

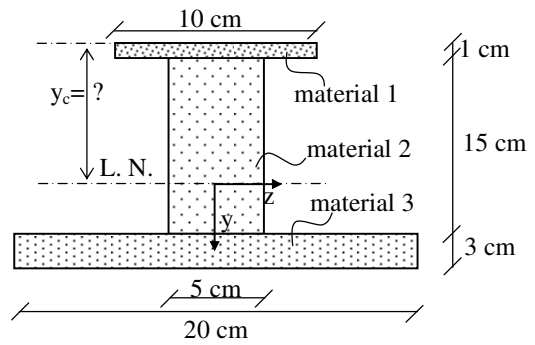
$$2 \leq x \leq 4: M(x) = 6x - 24 Nm$$



### 3ª Questão (2,5 pontos)

À direita está esquematizada a seção transversal de uma viga, construída com três materiais distintos. A relação entre os módulos de elasticidade dos materiais 1 e 2 é  $n_1 = E_1/E_2 = 10$  e entre os materiais 3 e 2 é  $n_3 = E_3/E_2 = 5$ . Calcular

- onde passa a linha neutra da seção e
- qual o valor da rigidez  $\int_A Ey^2 dA$ .



**Resposta:**

$$a) \bar{y} = \frac{10 \times 10 \times 1 \times 0,5 + 5 \times 15 \times 8,5 + 5 \times 20 \times 3 \times 17,5}{10 \times 10 \times 1 + 5 \times 15 + 5 \times 20 \times 3} = 12,5 \text{ cm}$$

$$b) \int_A Ey^2 dA = E_2 I_{eq}, \text{ onde } I_{eq} = 296875/12 = 24.739,5833 \text{ cm}^4, \text{ calculado como}$$

$$I_{eq} = 10 \left[ \frac{10 \times 1^3}{12} + 10 \times 1 (12,5 - 0,5)^2 \right] + \left[ \frac{5 \times 15^3}{12} + 5 \times 15 (12,5 - 8,5)^2 \right] + 5 \left[ \frac{20 \times 3^3}{12} + 20 \times 3 (12,5 - 17,5)^2 \right] \text{ cm}^4$$

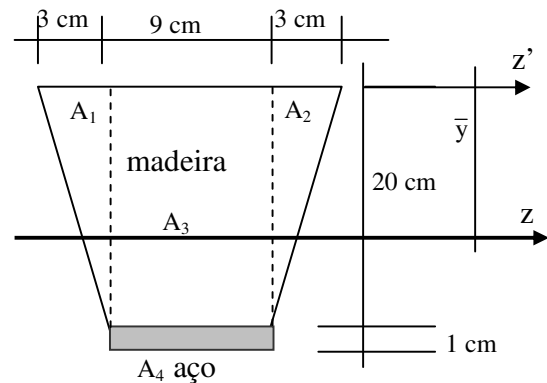
### 4ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga é construída em aço e madeira, com seção transversal mostrada na figura abaixo. As peças de madeira e aço são coladas entre si. O módulo de elasticidade da madeira é  $E_{mad} = 10,5 \text{ GPa}$  e o do aço é  $E_{aço} = 210 \text{ GPa}$ .

- Sabendo-se que a tensão admissível de cisalhamento da cola é  $\tau_{adm}^{cola} = 8 \text{ MPa}$ , determinar a maior força cortante  $V_{máx}$  que a viga pode suportar.
- Calcular os valores máximos de tensão normal  $\sigma_x$  na madeira e no aço, para um momento de flexão aplicado  $M = 4 \text{ kNm}$ .

A linha neutra passa a  $\bar{y} = 14,02 \text{ cm}$  do bordo superior.

$$\int_A Ey^2 dA = E_{mad} \times 21.059,762 \text{ cm}^4.$$



**Resposta:**

$$a) \tau_{cola}^{máx} \text{ ocorre para } y = 20 - \bar{y} = 5,98 \text{ cm}.$$

$$\int_{20-\bar{y}}^{21-\bar{y}} Eyb dy = E_{aço} 9 \times 1 \times (20,5 - \bar{y}) = E_{mad} \times 1.165,7 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{cola}^{máx} = 8 \text{ MPa} = \frac{V_{máx}}{b \int_A Ey^2 dA} \int_{20-\bar{y}}^{21-\bar{y}} Eyb dy \Rightarrow V_{máx} = \frac{8 \text{ MPa} \times 9 \text{ cm} \times 21.059,762 \text{ cm}^4}{1.165,7 \text{ cm}^3} = 130,075 \text{ kN}.$$

$$b) \text{ máx } \sigma_x^{mad} = \frac{4 \text{ kNm} \times E_{mad} \times (-14,02) \text{ cm}}{E_{mad} \times 21.059,762 \text{ cm}^4} = -2,6636 \text{ MPa}$$

$$\text{ máx } \sigma_x^{aço} = \frac{4 \text{ kNm} \times E_{aço} \times (21 - 14,02) \text{ cm}}{E_{mad} \times 21.059,762 \text{ cm}^4} = 26,5005 \text{ MPa}$$