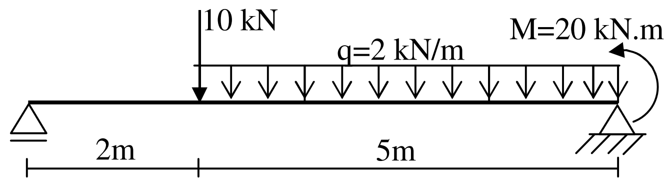
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Terceira prova – turma B 27/11/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

Calcular as reações de apoio da viga ao lado.



Resposta:

$R_A = 95/7 \approx 13,57kN$ (para cima)

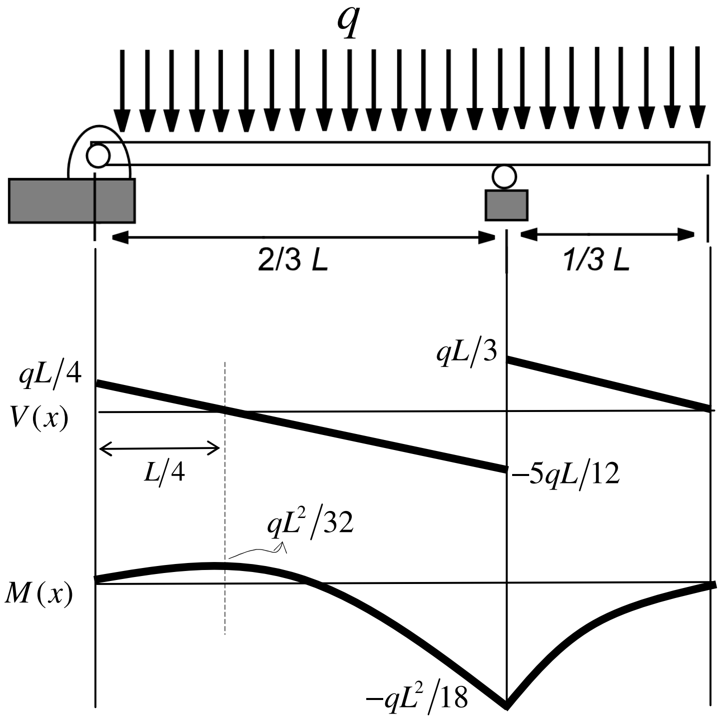
$R_B = 45/7 \approx 6,43kN$ (para cima)

Verificação: $R_A + R_B = 20kN$

2ª Questão (2,5 pontos)

Uma viga está biapoiada, como indicado na figura, de tal forma que haja um balanço de comprimento $L/3$. Para um carregamento uniformemente distribuído aplicado, as reações nos apoios esquerdo e direito são, respectivamente, $qL/4$ e $3qL/4$, ambas apontadas para cima.

Determinar as expressões e traçar os diagramas de força cortante e momento de flexão da viga, <u>indicando os valores máximos e onde ocorrem</u>.



Resposta:

Expressão analítica do esforço cortante (em kN):

$0 < x < 2L/3$: $V(x) = -qx + qL/4$

$2L/3 < x \le L$: $V(x) = -qx + qL$

$V_{máx} = -5qL/12$ (em módulo) e ocorre para $x = 2L^-/3$ (à esquerda do apoio direito)

Expressão analítica do momento fletor (em kNm):

$0 \le x \le 2L/3$: $M(x) = -qx^2/2 + qLx/4$

$2L/3 \le x \le L$: $M(x) = -qx^2/2 + qLx - qL^2/2$

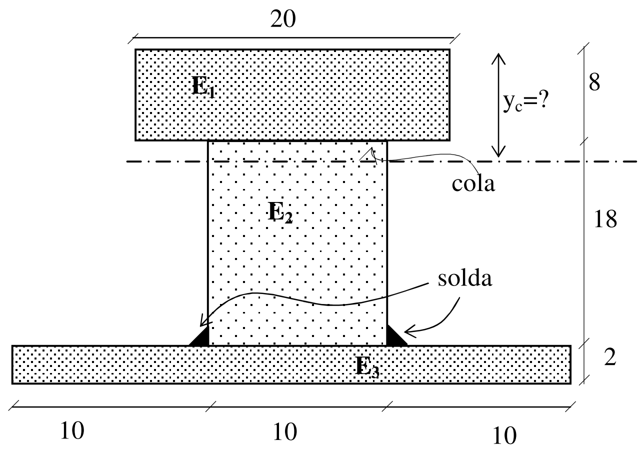
$M_{máx} = -qL^2/18$ (em módulo) e ocorre para $x = 2L/3$ (no apoio direito)

3ª Questão (2,5 pontos)

A figura ao lado esquematiza a seção transversal de uma viga, com as dimensões em *cm*. Os módulos de elasticidade dos materiais são E_1 = 45 GPa, E_2 = 10 GPa e E3 = 30 GPa. As peças estão soldadas entre si na junta inferior e coladas na junta superior. Calcular:

a) onde passa a linha neutra da seção transversal;

b) a expressão $\int_A Ey^2 dA$ do módulo de rigidez da seção transversal.



Resposta:
Toma-se o material 2 como referência:
$n_1 = E_1/E_2 = 4{,}5$, $n_3 = E_3/E_2 = 3$.
Posição da linha neutra *z* (distância y_c a partir do topo da seção transversal):

$$y_c = \frac{4{,}5\times20\times8\times4+10\times18\times17+3\times30\times2\times27}{4{,}5\times20\times8+10\times18+3\times30\times2} = 10\,\text{cm}$$

Integral $\int_A Ey^2 dA \equiv E_2 I_{eq}$ da seção em relação a *z*:

$$\int_A Ey^2 dA = E_2\left[4{,}5\times20\left(\frac{8^3}{12}+8\times6^2\right)+10\left(\frac{18^3}{12}+18\times7^2\right)+3\times30\left(\frac{2^3}{12}+2\times17^2\right)\right] = E_2 I_{eq}$$

onde $I_{eq} = 95520\,cm^4 = 95520\times10^{-8}\,m^4$.

4ª Questão (2,5 pontos)

Um fio de aço, de raio $r = 1{,}5mm$, módulo de elasticidade $E = 210GPa$ e tensão de escoamento $\sigma_e = 830MPa$, está enrolado em torno de um cilindro de raio $R = 50cm$, para armazenamento. Se seu chefe, querendo economizar custos de armazenamento, sugere reduzir o raio do cilindro para $R' = 30cm$, o que você responde?
Para uma seção circular, $\int_A y^2 dA = \pi r^4/4$. Fórmula da curvatura de uma viga: $1/\rho = M\Big/\int_A Ey^2 dA$.

Resposta:
A expressão da máxima tensão normal no fio, em função da curvatura $\rho \equiv R$, é $\sigma_x^{máx} = Er/R$. Assim, o raio crítico que se obtém para que o fio entre em escoamento é $R^{crít} = Er/\sigma_e$. Para os valores do problema, $R^{crít} = 210000MPa\times0{,}0015m/830MPa = 0{,}3795m$. Portanto, o raio inicial do cilindro, $R = 50cm$, é maior que $R^{crít}$, o que é razoável. Mas o novo raio, $R' = 30cm$, está muito pequeno e você responde ao chefe que não é possível.
De fato, obtém-se da fórmula $\sigma_x^{máx} = Er/R$ que $\sigma_x^{máx} = 210000MPa\times0{,}0015/0{,}5 = 630MPa$, que é menor que a tensão de escoamento do aço $\sigma_e = 830MPa$. Mas, para a configuração sugerida pelo chefe, com $R' = 30cm$, chega-se a $\sigma_x^{máx} = 210000MPa\times0{,}0015/0{,}3 = 1050MPa$ e o fio de aço fica submetido a tensões acima da de escoamento, σ_e.