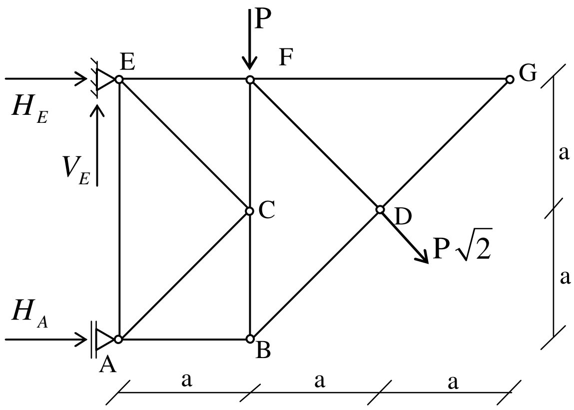
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Primeira prova – turma C 09/09/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

Usando três equações de equilíbrio, calcular as reações dos apoios A e E da treliça abaixo. Lembre-se de usar uma quarta equação de equilíbrio para verificar as contas.



Resposta:

As reações de apoio H_E, V_E e H_A estão representadas na figura. Uma possibilidade de solução está indicada abaixo.

$\sum F_V = 0: \quad V_E - P - P\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 0 \quad \Rightarrow \quad V_E = 2P$ (para cima)

$\sum M_F = 0: \quad H_A \times 2a = V_E \times a \quad \Rightarrow \quad H_A = P$ (para a direita)

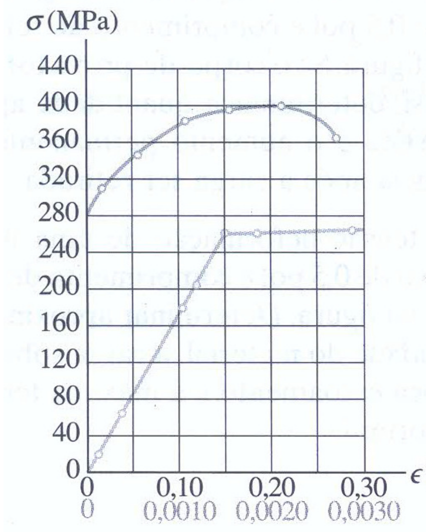
$\sum F_H = 0: \quad H_A + H_E + P\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 0 \quad \Rightarrow \quad H_E = -2P$ (para a esquerda)

Verificação: $\sum M_B = 0: \quad H_E \times 2a + V_E \times a + P\sqrt{2} \times a\sqrt{2} = -2P \times 2a + 2P \times a + 2P \times a = 0$

2ª Questão (2,5 pontos)

A figura abaixo apresenta o gráfico tensão-deformação típico de um aço dúctil. Como a região elástica é muito reduzida em relação à região plástica, é apresentada em cinza uma ampliação da deformação inicial. Calcule <u>de forma aproximada</u>, considerando um corpo de prova com 25 mm de comprimento e 8,5 mm de diâmetro:

a) o módulo de elasticidade (E) do material,
b) a carga suportada pelo corpo de prova no limite de elasticidade,
c) a carga suportada pelo corpo de prova no limite de resistência,
d) a carga de ruptura do corpo de prova,
e) o alongamento total sofrido pelo corpo de prova no instante da ruptura.



Resposta:

a) $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \cong \frac{260\text{ MPa}}{0,0015} = 173,3\text{ GPa}$

b) $F_{el} = \sigma_{el} A \cong 260 \times 10^6 \times \frac{\pi\left(8,5 \times 10^{-3}\right)^2}{4} = 14,75\ kN$

c) $F_{lim} = \sigma_{lim} A \cong 400 \times 10^6 \times \frac{\pi\left(8,5 \times 10^{-3}\right)^2}{4} = 22,7\ kN$

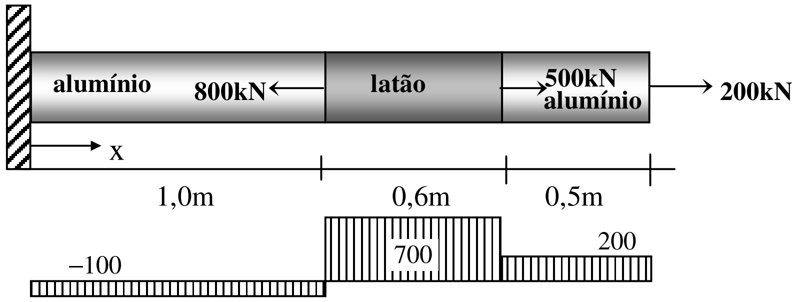
d) $F_{rup} = \sigma_{rup} A \cong 360 \times 10^6 \times \frac{\pi\left(8,5 \times 10^{-3}\right)^2}{4} = 20,4\ kN$

e) $\delta_{tot} = \varepsilon_{tot} L_0 \cong 0,27 \times 25 = 6,75\ mm$

3ª Questão (2,5 pontos)

Uma barra de seção circular, diâmetro d, composta de alumínio (E^{al} = 75GPa e σ_{adm}^{al} = 200MPa) e latão (E^{lat} = 105GPa e σ_{adm}^{lat} = 350MPa) é submetida às forças indicadas na figura. Determine

a) O valor do diâmetro mínimo da barra, para que as tensões atuantes não ultrapassem os valores admissíveis;
b) A variação do comprimento total da barra e a variação do comprimento do trecho em latão, considerando o diâmetro calculado no item anterior.



Resposta:

O diagrama de forças normais está indicado abaixo da figura, em kN.

a) Tensão máxima no alumínio: $\sigma_{máx}^{al} = \dfrac{200kN}{\pi d^2/4} \leq 200MPa \quad \Rightarrow \quad d \geq 0,03568m$

Tensão máxima no latão: $\left|\sigma_{máx}^{lat}\right| = \dfrac{700kN}{\pi d^2/4} \leq 350MPa \quad \Rightarrow \quad d \geq 0,05046m$

Portanto, $d_{mín} = 0,05046m$

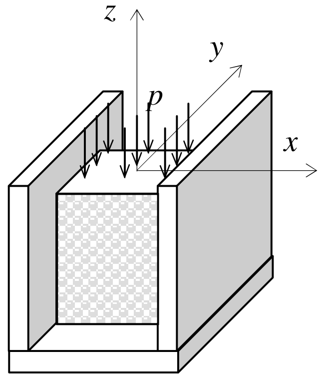
b) Variação do comprimento total da barra, para $d = 0,05046m$:

$$\delta L_{total} = \frac{-100kN \times 1,0m}{75GPa \times \pi d^2/4} + \frac{700kN \times 0,6m}{105GPa \times \pi d^2/4} + \frac{200kN \times 0,5m}{75GPa \times \pi d^2/4} = 0,002m$$

Variação do comprimento do trecho em latão, para $d = 0,05046m$:

$$\delta L_{lat} = \frac{700kN \times 0,6m}{105GPa \times \pi d^2/4} = 0,002m$$

4ª Questão (2,5 pontos)



A figura apresenta um cubo de aresta *a*, feito de borracha (propriedades E e ν), apoiado em sua base e confinado lateralmente segundo a direção *x*. A face superior do cubo está submetida a uma compressão uniforme *p*. Além disso, o cubo está submetido a uma variação de temperatura ΔT (o coeficiente de dilatação térmica da borracha é α). Calcular

a) as tensões σ_x, σ_y e σ_z que agem sobre o cubo;

b) as deformações ε_x, ε_y e ε_z correspondentes;

c) a variação de volume sofrida pelo cubo.

d) Qual é a variação de volume para $\Delta T = 0$ e $\nu = 0,5$?

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha\Delta T \qquad \delta\ell_x = \int_{\ell_x} \varepsilon_x dx$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_x) + \alpha\Delta T \qquad \delta A_x = \int_{A_x} \left(\varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dA_x$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\Delta T \qquad \delta V = \int_V \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dV = \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

Resposta:

a) Tem-se diretamente da formulação do problema que $\sigma_z = -p$, $\sigma_y = 0$ e $\varepsilon_x = 0$.

A expressão de σ_x é obtida da condição $\varepsilon_x = 0$:

$$\varepsilon_x = 0 = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}\left(\sigma_y + \sigma_z\right) + \alpha\Delta T = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}\left(0 - p\right) + \alpha\Delta T \Rightarrow \sigma_x = -\nu p - E\alpha\Delta T$$

b) Uma vez conhecidas as tensões, tem-se

$$\varepsilon_y = \frac{0}{E} - \frac{\nu}{E}\left(-\nu p - E\alpha\Delta T - p\right) + \alpha\Delta T = \frac{\nu(1+\nu)}{E} p + (1+\nu)\alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_z = \frac{-p}{E} - \frac{\nu}{E}\left(-\nu p - E\alpha\Delta T + 0\right) + \alpha\Delta T = -\frac{1-\nu^2}{E} p + (1+\nu)\alpha\Delta T$$

c) $\delta V = \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(-\nu p - E\alpha\Delta T + 0 - p\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV = -\frac{1-2\nu}{E}(1+\nu)a^3 p + 2(1+\nu)\alpha\Delta T a^3$

d) $\delta V = 0$.