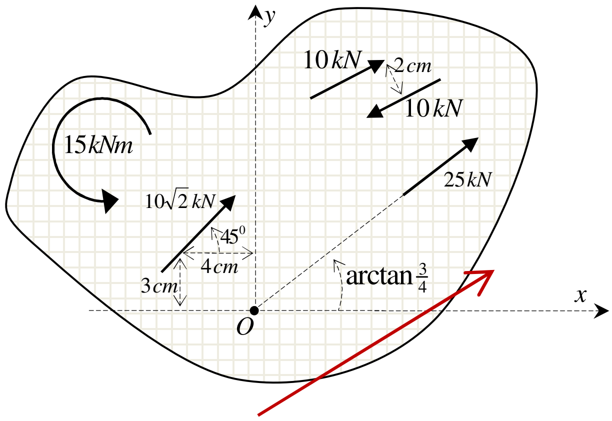
ENG 1007 – INTRODUÇÃO À MECÂNICA DOS SÓLIDOS

Primeira prova – turma B 11/09/2014

1ª Questão (2,5 pontos)

a) Reduza o sistema de forças da figura a uma única força que age no ponto O e a um conjugado.

b) Calcule a que distância do ponto O deve passar a resultante que, sozinha, corresponda ao sistema de forças.



a) Componente horizontal da resultante: $R_H = \dfrac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + 25\dfrac{4}{5} = 30kN$ (para a direita)

Componente vertical da resultante: $R_V = \dfrac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + 25\dfrac{3}{5} = 25kN$ (para cima)

Módulo da resultante: $R = \sqrt{R_H^2 + R_V^2} = 39,05kN$

A resultante faz com a horizontal um ângulo igual a $\arctan\dfrac{R_V}{R_H} = 39,8^0$

Momento em relação ao ponto O (sentido horário):

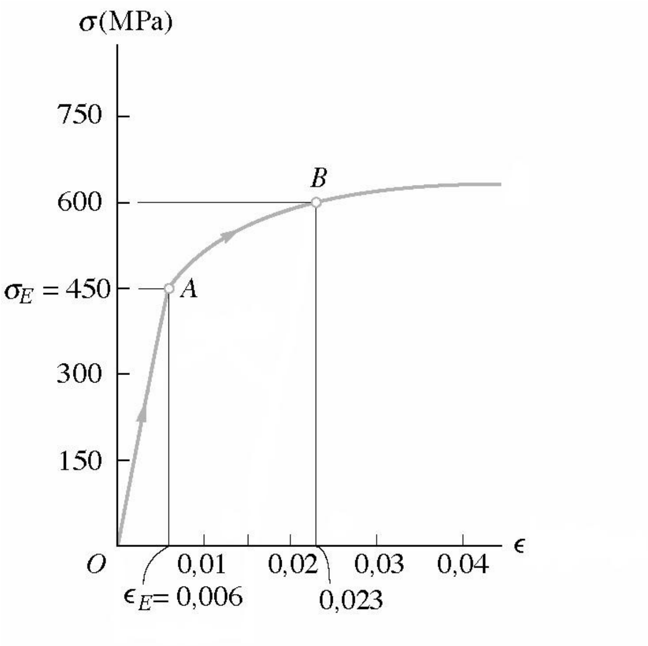
$M_0 = -15 + 10 \times 0,02 + \dfrac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times (0,04 + 0,03) = -14,1kNm$ (no sentido anti-horário, portanto)

b) Distância da resultante até o ponto O:

$d = \left|\dfrac{M_0}{R}\right| = 0,361m$ (de modo que R exerça momento M_0 em torno do ponto O)

A resultante corta o eixo x em $d_x = \dfrac{M_0}{-R_V} = 0,564m$ e o eixo y em $d_y = \dfrac{M_0}{R_H} = -0,47m$. A posição da resultante está esquematizada na figura.

2ª Questão (2,5 pontos)



A figura abaixo apresenta o gráfico tensão-deformação do alumínio. O ponto A (σ_E, ε_E) representa o limite de elasticidade do material. Quando o limite elástico do material é ultrapassado, passa a ocorrer deformação plástica. Sabe-se que quando há deformação plástica apenas a parte elástica é recuperada após o descarregamento, havendo, portanto, uma deformação permanente ou residual no material. Pede-se:

a) Qual o módulo de elasticidade do material?
b) Supondo que o corpo de prova seja carregado até o ponto B e depois descarregado, qual seria a deformação permanente após o descarregamento?
c) Se o corpo de prova fosse novamente carregado qual seria o novo limite elástico?

Respostas:

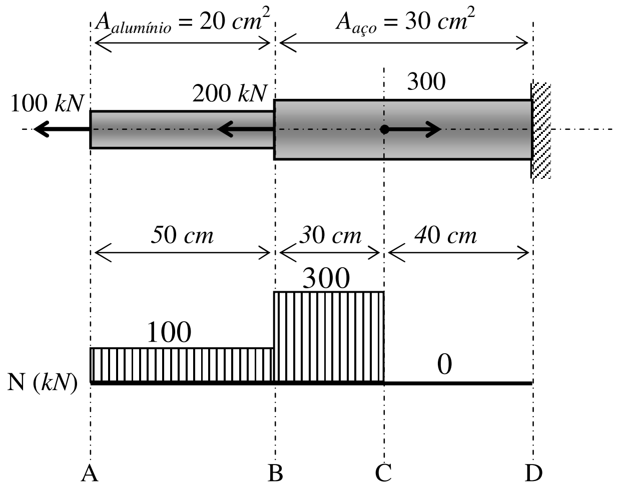
a) $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} = \dfrac{450\ \text{MPa}}{0,006} = 75\ \text{GPa}$

b) $\varepsilon_{\text{res}} = 0,023 - \dfrac{600}{75000} = 0,015$

c) $\sigma_E = 600\ \text{MPa}$

3ª Questão (2,5 pontos)

Duas barras, uma de aço e outra de alumínio, são unidas rigidamente no ponto B, formando uma barra composta, conforme mostrado na figura. Os módulos de elasticidade dos materiais são $E_{aço} = 200\ GPa$ e $E_{alumínio} = 70\ GPa$. Determine:



a) O diagrama de esforço normal. Usar o espaço mostrado na figura.

b) O deslocamento do ponto A em relação ao ponto D.

$$\sigma = \frac{F}{A} = E\,\varepsilon \qquad\qquad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

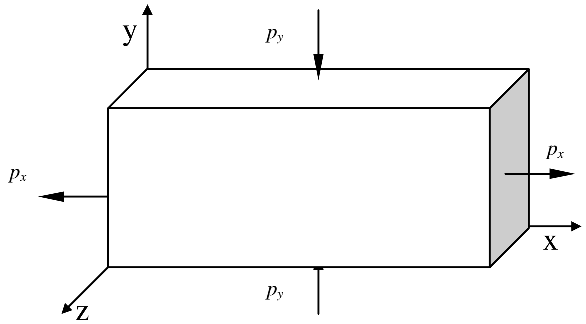
Resposta:

a) O diagrama de esforços normais está desenhado acima.

b) $\Delta_{AD} = \dfrac{100kN \times 50cm}{70GPa \times 20cm^2} + \dfrac{300kN \times 30cm}{200GPa \times 30cm^2} = 0,507\,mm$ (deslocamento para a esquerda)

4ª Questão (2,5 pontos)

A barra da figura é feita de uma liga metálica, com propriedades mecânicas E e ν, e tem dimensões iniciais $a \times b \times c$. Ela está submetida às forças p_x e p_y indicadas na figura, que exercem pressões uniformes nas superfícies em que atuam. Não há variação de temperatura. Determine:



a) as tensões e as deformações da barra;
b) a variação volumétrica;
c) as variações de comprimento nas três direções coordenadas.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) + \alpha\Delta T \qquad \delta\ell_x = \int_{\ell_x} \varepsilon_x dx$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_z + \sigma_x) + \alpha\Delta T \qquad \delta A_x = \int_{A_x} \left(\varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dA_x$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) + \alpha\Delta T \qquad \delta V = \int_V \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) dV = \frac{1-2\nu}{E}\int_V \left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) dV + \int_V 3\alpha\Delta T dV$$

Resposta

a) Conhece-se: $\sigma_x = \dfrac{p_x}{bc}$; $\sigma_y = \dfrac{-p_y}{ac}$; $\sigma_z = 0$.

Obtém-se $\varepsilon_x = \dfrac{p_x}{Ebc} + \dfrac{\nu p_y}{Eac}$; $\varepsilon_y = \dfrac{-p_y}{Eac} - \dfrac{\nu p_x}{Ebc}$; $\varepsilon_z = -\dfrac{\nu p_x}{Ebc} + \dfrac{\nu p_y}{Eac}$;

b) Variação volumétrica: $\delta V = \dfrac{1-2\nu}{E}(ap_x - bp_y)$

c) Variações de comprimento:

$$\delta\ell_x = \varepsilon_x \times a = \left(\frac{p_x}{Ebc} + \frac{\nu p_y}{Eac}\right)a\,; \quad \delta\ell_y = \varepsilon_y \times b = \left(\frac{-p_y}{Eac} - \frac{\nu p_x}{Ebc}\right)b\,; \quad \delta\ell_z = \varepsilon_z \times c = \left(-\frac{\nu p_x}{Ebc} + \frac{\nu p_y}{Eac}\right)c\,.$$