Aula 1 (12/08)

Um pouco de teoria de conjuntos

Noções Primitivas: Conjunto: uma "coleção de objetos"
Elemento: um dos objetos de um conj.
Pertinência: decidir se um objeto é ou não elemento de um dado conjunto. ($\in$)

- $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}^c$, $\mathbb{C}$.

Representação de conjuntos: entre chaves $\{ \quad \}$.

1) Listando todos os seus elementos

- $A = \{$ aluno 1, aluno 2, ..., aluno 65 $\}$
- $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2) Citando características que todos os elemento compartilham.

- $P = \{\underbrace{x \in \mathbb{Z}}_{\text{de onde vêm os elementos}} / \underbrace{\text{existe } k \in \mathbb{Z} \text{ com } x = 2k}_{\text{propriedade que todos compartilham}}\}$

- $[1,2] \doteq \{t \in \mathbb{R} \,/\, t \geq 1 \text{ e } t \leq 2\}$

Pertinência:
- $50 \in P$? $35 \in P$? $-200 \in P$?
- $10 \in [1,2]$? $0{,}5 \in [1,2]$? $5+3i \in [1,2]$?

Inclusão:
- A, B conjuntos. $A \subset B$ se $x \in A$ então $x \in B$, para todo $x \in A$.
- $A = B$ se $A \subset B$ e $B \subset A$.

Exemplos: $S = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, \text{existe } k \in \mathbb{Z} \text{ com } x = 4k\}$

$S \subset P$? verificaremos se é verdade que "se $x \in S$ então $x \in P$"

Se $x \in S$, então $x = 4k$. Portanto
$$x = 2.2k = 2(2k)$$

Então $x \in P$.

União e Intersecção: $A \subset C$, $B \subset C$ conjuntos.

$$A \cup B = \{x \in C \,/\, x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x \in C \,/\, x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Qual é o ambiente da álgebra linear?

Formalmente, um vetor do $\mathbb{R}^n$ é uma lista ordenada de n números reais:

$$u = (a_1, a_2, \ldots, a_n), \quad a_i \in \mathbb{R}$$

$a_1, a_2, \ldots, a_n$ são as entradas (ou coordenadas) do vetor u.

Definição: O espaço $\mathbb{R}^n$ é o conjunto cujos elementos são os vetores do formato acima:

$$\mathbb{R}^n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,/\, a_i \in \mathbb{R} \text{ para } i = 1, \ldots, n\}.$$

Operações com vetores.

1) Soma: $u = (a_1, \dots, a_n)$

$v = (b_1, \dots, b_n)$

$$\Rightarrow u \pm v = (a_1 \pm b_1, \dots, a_n \pm b_n).$$

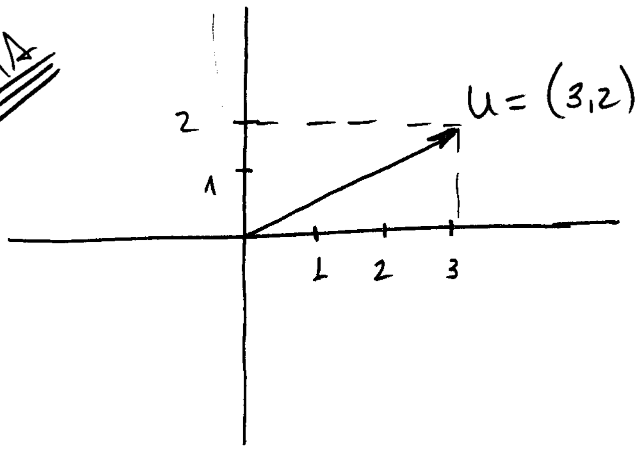
2) Multiplicação por número real

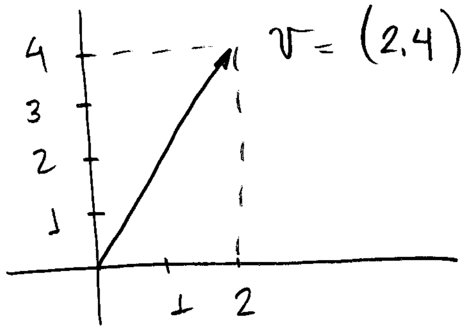
$\lambda \in \mathbb{R}$, $u = (a_1, \dots, a_n)$

$$\Rightarrow \lambda u = (\lambda a_1, \dots, \lambda a_n).$$

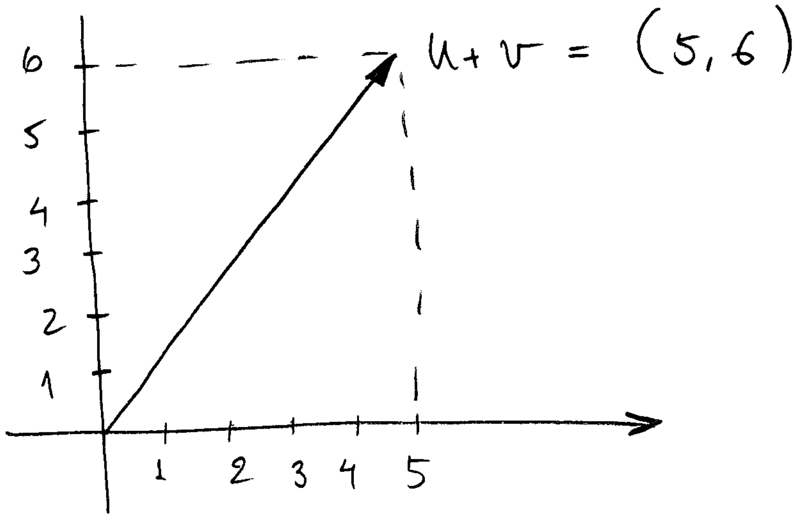
Significados geométricos dessas operações

SOMA

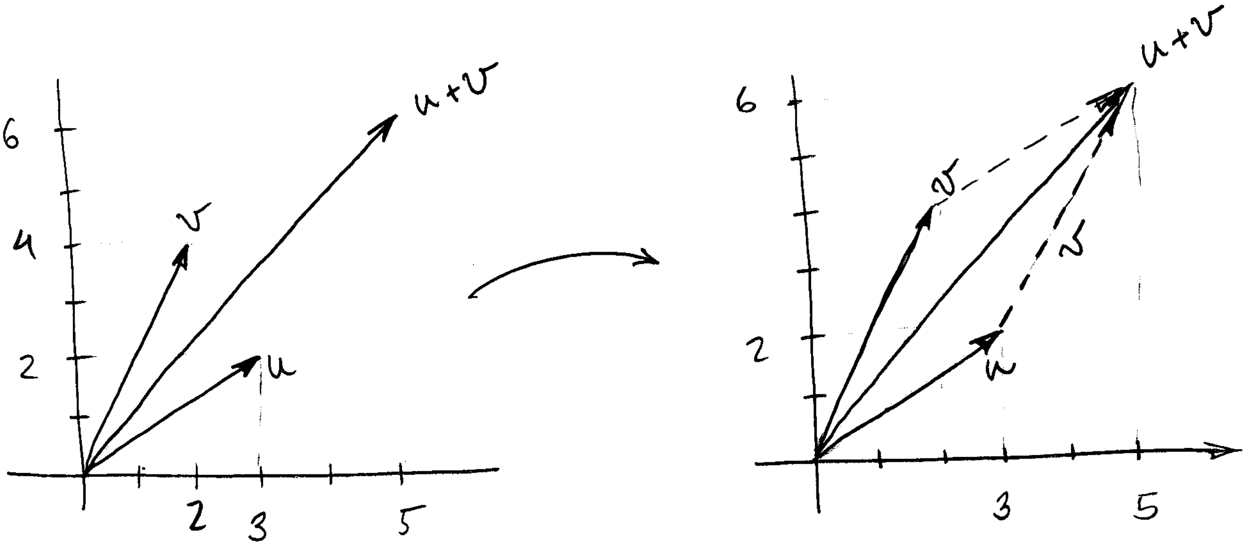




$$u + v = (3,2) + (2,4) = (5,6)$$

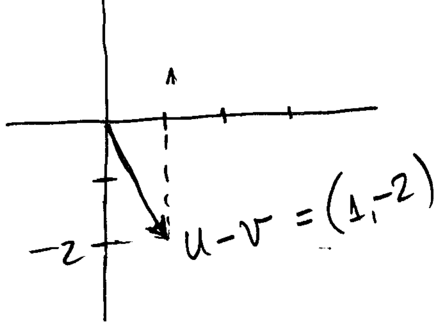


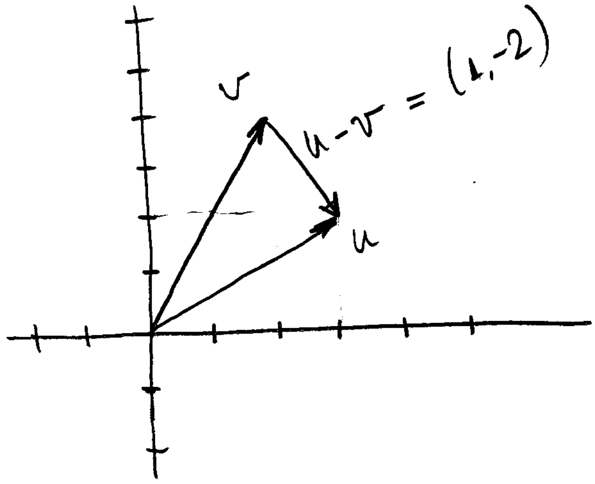
Colocando todos junto:



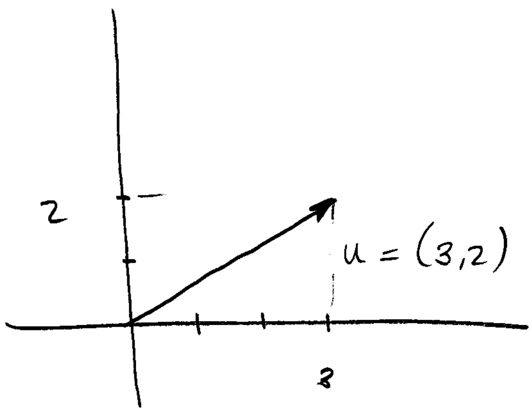
E $u-v$? E $v-u$?

$$u - v = (3,2) - (2,4) = (1,-2)$$

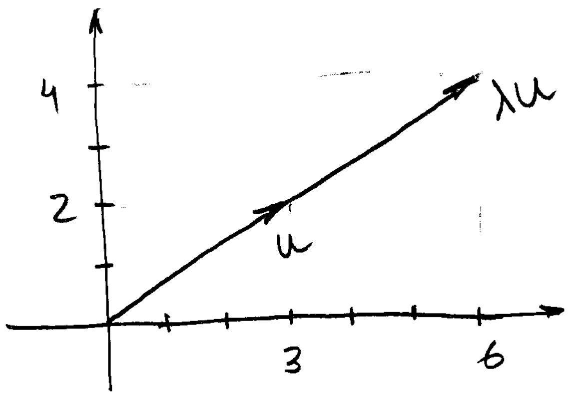




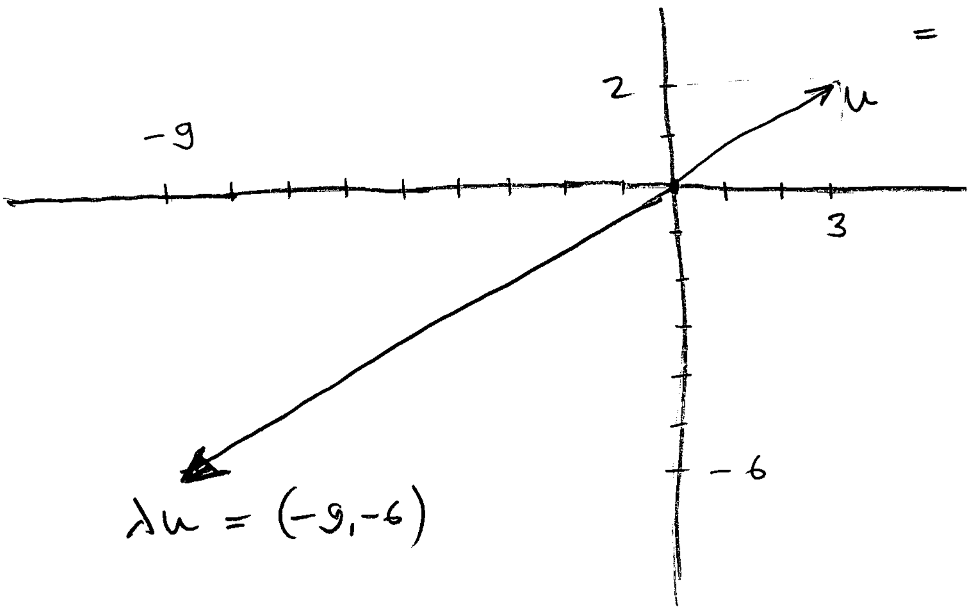
MULTIPLICAÇÃO



$$\lambda = 2 \implies \lambda u = 2(3,2) = (2\cdot 3, 2\cdot 2)$$
$$= (6,4)$$



$$\lambda = -3 \implies \lambda u = (-3)\cdot(3,2) = (-3\cdot 3, -3\cdot 2)$$
$$= (-9,-6)$$



MULTIPLICAÇÃO $\approx$ "ESTICAMENTOS",

Perguntas: ① é possível $\lambda \cdot (-3, \sqrt{7}) = (0,0)$?
p/ algum λ ?

② é possível $u = (2, -2, -\sqrt{2})$ e
$v = (a_1, a_2, a_3)$

$$u + v = (0, 0, -\sqrt{2}) \text{ p/ algum } v \text{ ?}$$

③ é possível $u = (1, -\sqrt{3}, \pi)$
$v = (-2, 2\sqrt{3}, 2\pi)$

$$u = \lambda v \text{ ? p/ algum } \lambda \text{ ?}$$

④ é possível $u = (1, 1, -1)$
$v = (-1, -1, -1)$

$$u + \lambda v = (0,0,0) \text{ ?}$$

⑤ É possível $u = (1,-1)$

$v = (2,2)$ e

$\lambda u + \lambda' v = (0,0)$ p/ algum λ, λ'?

⑥ É possível $u = (1,-1)$

$v = (-50,50)$ e

$u + \lambda v = (0,0)$?