

## Projeto de Apoio em Álgebra 2014.2 - Atividade 10



1. (FCC - 2004 - Analista Judiciário - TRT) Em relação a um código de cinco letras, sabe-se que:

- TREVO e GLERO não têm letras em comum com ele;
- PRELO tem uma letra em comum, que está na posição correta;
- PARVO, CONTO e SENAL têm, cada um, duas letras comuns com o código, uma que se encontra na mesma posição, a outra não;
- MUNCA tem com ele três letras comuns, que se encontram na mesma posição;
- TIROL tem uma letra em comum, que está na posição correta.

O código a que se refere o enunciado da questão é:

i. MIECA    ii. PUNCI    iii. PINAI    iv. PANCI    v. PINCA

2. Calcule, em cada caso, o determinante da matriz  $A = [a_{ij}]$  de dimensão  $n \times n$ .

(a)  $n = 2$  e  $a_{ij} = i + j$ .

(b)  $n = 3$  e  $a_{ij} = 2i - j$ .

(c)  $n = 4$  e  $a_{ij} = \begin{cases} i^{j-1} & \text{se } i \geq j \\ 0 & \text{se } i < j \end{cases}$ .

(d)  $A = \begin{bmatrix} 333 & 333 & 333 \\ 333 & 334 & 335 \\ 666 & 668 & 671 \end{bmatrix}$

(e)  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(f)  $A$  é uma matriz tal que  $\text{Nuc}(A) \neq \{0\}$ .

3. Considere que a matriz do item 2(a) é a matriz associada a uma transformação linear  $T: R^2 \rightarrow R^2$  na base canônica  $\varepsilon$  de  $R^2$ . Desenhe a imagem por  $T$  de um quadrado unitário (na origem) e verifique que o valor do determinante da matriz  $[T]_{\varepsilon}$  é a área da figura obtida.

4. Dentre as matrizes definidas na questão 2, quais admitem inversa? Determine o valor do determinante das inversas dessas matrizes.

5. Suponha  $A$  e  $B$  matrizes de dimensão  $n \times n$ , com  $n > 1$ . Verdadeiro ou Falso? Demonstre as verdadeiras e apresente um contra-exemplo para as falsas.

(a)  $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ .

(b)  $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$ .

(c)  $\det(2 \cdot A) = 2^n \cdot \det(A)$ .

(d)  $\det(A) = \det(A^T)$ .

6. Diz-se que uma matriz  $A$  é semelhante a uma matriz  $B$  se existe uma matriz  $P$  inversível tal que  $A = P \cdot B \cdot P^{-1}$ . Mostre que matrizes semelhantes tem o mesmo determinante.

7. Uma matriz é dita ortogonal se é inversível e  $A^{-1} = A^T$ . Mostre que o determinante de uma matriz ortogonal é igual a 1 ou  $-1$ .