

Projeto de Apoio em Álgebra 2014.2 - Atividade 11



1. Você tem uma balança digital e uma estante com 10 prateleiras. Em cada prateleira tem dez livros, sendo que cada livro pesa exatamente 1 kg. Porém, em uma das prateleiras todos os livros pesam 1,1 kg. Como você faria para descobrir, em uma única pesagem, qual prateleira está com os livros mais pesados?
2. Seja $ABCD$ um paralelogramo de diagonais AC e BD . Dados $A = (1, -2, 3)$, $B = (0, -3, -1)$, $C = (1, 1, 0)$.
 - (a) Determine as coordenadas do vértice D .
 - (b) Determine a medida do ângulo interno A deste paralelogramo.
 - (c) Determine a área do paralelogramo.
3. Dada uma transformação linear $T : V \rightarrow V$. Defina:
 - (a) Os autovalores e autovetores de T .
 - (b) Os subespaços invariantes por T de V .
4. Diz-se que uma transformação linear $P : V \rightarrow V$ é uma projeção se $P \circ P = P$.
 - (a) Determine os valores possíveis de $\det(P)$.
 - (b) Supondo $V = \mathbb{R}^3$ e P a projeção ortogonal sobre a reta $\{(t, 0, -t), t \in \mathbb{R}\}$. Determine os autovalores e os autoespaços de P .
 - (c) No caso do item (b), apresente dois subespaços do V de dimensão 1, um invariante por P e outro não.
 - (d) No caso do item (b), apresente dois subespaços do V de dimensão 2, um invariante por P e outro não.
 - (e) Supondo $V = \mathbb{R}^4$ e P uma projeção sobre um subespaço de dimensão 3 de \mathbb{R}^4 . Determine os autovalores de P .
5. Seja $P_T(\lambda) = (\lambda^2 - 1)(\lambda - 2)^2\lambda$ o polinômio característico de uma transformação linear $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.
 - (a) Determine n .
 - (b) Determine os autovalores de T .
 - (c) Determine $\dim(\text{Nuc}(T))$.
 - (d) Determine um subespaço invariante por T de dimensão 2.