Projeto de Apoio em Álgebra 2014.2 - Atividade 2

1. O quadrado maior 4x4 abaixo representa um Mini-Sudoku que é um jogo de raciocínio e lógica. O objetivo é completar todos os espaços utilizando números naturais de 1 a 4. Não pode haver números repetidos nas linhas horizontais e verticais, assim como os números não podem se repetir nos 4 quadrados menores 2x2 destacados. Sabendo que x e y são os valores obtidos nos respectivos espaços quando se completa com sucesso o Mini-Sudoku segundo as regras estabelecidas. Determine o valor de 2^{x+y}.

1			4
		2	
	3	x	
			y

2. Sejam $\mathbf{v}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{v}_2 = (4, 5, 6)$ e $\mathbf{v}_3 = (2, 1, 0)$.
   (a) Decida se o conjunto $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ é LI ou LD.
   (b) Apresente uma equação paramétrica e outra cartesiana para $\text{Span}\,\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$.
   (c) Apresente um vetor $\mathbf{v}_4$ de modo que $\text{Span}\,\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\} = \mathbb{R}^3$.

3. Considere a seguinte afirmação:

   > Suponha que $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_k$ são vetores não nulos do $\mathbb{R}^n$ e que todas as retas geradas por eles se encontram apenas no ponto $(0, 0, ..., 0)$. Então $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_k$ são LI.

   Faça o que se pede:
   (a) Mostre que essa afirmação é verdadeira para $k = 2$.
   (b) Essa afirmação é sempre verdadeira para $k > 2$? Se sim, prove-a. Se não, apresente um contra-exemplo.

   Observação: Não precisa considerar os casos em que $k \leq 1$, pois nestes casos, não existem vetores que satisfaçam as hipóteses da afirmação.

4. Considere os planos do $\mathbb{R}^4$:

$$(\alpha) = (-1, 0, -2, 1) + \text{Span}\{(1, 3, 4, 1), (2, -1, 2, 1)\}$$

e (β) o conjunto dos pontos (x, y, z, w) tais que $\begin{cases} x - 2y + w = 0 \\ 2x - y + z + w = 0 \end{cases}$.

   (a) Parametrize o plano (β).

   (b) Determine $(\alpha) \cap (\beta)$.

5. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} \begin{array}{rrrrcr} -x_1 & & & & = & 2 \\ 2x_1 & +x_2 & & & = & -1 \\ x_1 & -x_2 & -x_4 & & = & 0 \\ -x_1 & & +x_4 & -x_6 & = & -2 \end{array} \end{cases}.$$

   (a) Sabendo que o vetor $\mathbf{x}$ das incógnitas pertence a $\mathbb{R}^6$, expresse o sistema na forma matricial $A.\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

   (b) Exiba duas operações elementares sobre as linhas da matriz A do sistema que zerem respectivamente as entradas $a_{2,2}$ e $a_{4,4}$ de A.

   (c) Encontre, se possível, todas as soluções do sistema.

   (d) O conjunto de todas as soluções do sistema é uma reta em $\mathbb{R}^6$? Justifique.

6. Classifique as afirmações abaixo como **V** (verdadeiras) ou **F** (falsas). Justifique suas respostas.

   (a) Se A é uma matriz quadrada cujas colunas são L.I. então o sistema $A.\mathbf{x} = \mathbf{b}$ admite solução única.

   (b) Um sistema homogêneo jamais é impossível.

   (c) Se $A.\mathbf{x} = \mathbf{0}$ admite apenas a solução trivial então $A.\mathbf{x} = \mathbf{b}$ tem solução única.

   (d) Se $\mathbf{x}$ é uma solução não trivial de $A.\mathbf{x} = \mathbf{0}$ então A não é uma matriz quadrada.